

Université de Toulon et du Var

Seatech

Les états de mer naturels

Jean BOUGIS

Ingénieur Conseil  
32-34 Chemin du Moulin  
06650 Opio - France

Novembre 2018



## Table des matières

<b>Chapitre 1. Introduction</b> .....	1
<b>Chapitre 2. Génération des lames dans la mer du vent</b> .....	5
2.1. Définitions .....	5
2.2. Principe de la génération des lames .....	5
2.3. Initiation de rides par résonance .....	6
2.4. Amplification des lames par l'écoulement d'air moyen .....	7
2.5. Transfert d'énergie par déferlement .....	8
2.6. Mer en formation et mer formée .....	8
<b>Chapitre 3. L'évolution de la houle en dehors de la mer du vent</b> .....	11
3.1. Propagation de la houle .....	11
3.2. Shoaling de la houle .....	13
3.3. Réfraction de la houle .....	14
3.4. Diffraction de la houle .....	15
3.5. Réflexion de la houle .....	15
3.5.1. Réflexion sur une paroi plane .....	15
3.5.2. Onde de Mach .....	18
3.6. Les seiches .....	19
<b>Chapitre 4. Le déferlement des lames</b> .....	21
4.1. Systèmes de courants liés au déferlement .....	21
4.2. Différents types de déferlement .....	23
4.2.1. Déferlement glissant .....	23
4.2.2. Déferlement plongeant .....	23
4.2.3. Déferlement frontal .....	25
4.2.4. Déferlement à effondrement .....	25
4.3. Analyse du déferlement .....	26
4.4. Conditions du déferlement .....	29
4.5. Hauteur de la houle dans la zone de déferlement .....	32
4.6. Run-up .....	34
<b>Chapitre 5. Caractérisation des états de mer</b> .....	37

5.1.	Introduction . . . . .	37
5.2.	Définitions de la hauteur . . . . .	37
5.3.	Classification des états de mer . . . . .	38
5.3.1.	Echelle anémométrique de Beaufort . . . . .	38
5.3.2.	Echelle de Douglas . . . . .	39
5.3.3.	Echelle de Douglas modifiée par l'OTAN . . . . .	40
5.4.	Etats de mer par zones géographiques . . . . .	41
5.5.	Mesures des états de mer . . . . .	47
5.6.	Corrélations entre observations visuelles et mesures . . . . .	47
5.7.	Traitement statistique des états de mer . . . . .	48
5.8.	Loi de probabilité . . . . .	49
<b>Chapitre 6. Analyse statistique des états de mer . . . . .</b>		<b>51</b>
6.1.	Hypothèses de base . . . . .	51
6.2.	Décomposition d'une houle réelle en houles simples . . . . .	51
6.3.	Analyse vague par vague . . . . .	53
6.3.1.	Probabilités conjointes de la dénivelée et de ses dérivées . . . . .	53
6.3.2.	Passage par un niveau $z$ donné . . . . .	53
6.3.3.	Passage par le niveau moyen . . . . .	54
6.3.4.	Passage par un extremum . . . . .	55
6.3.5.	Distribution des extrema . . . . .	56
6.4.	Répartition des hauteurs de vagues . . . . .	57
6.4.1.	Valeurs stochastiques de répartition des maxima . . . . .	57
6.4.2.	Hauteurs particulières . . . . .	58
6.4.2.1.	Hauteur quadratique moyenne . . . . .	59
6.4.2.2.	Hauteur moyenne . . . . .	60
6.4.2.3.	Hauteur ayant une chance sur $n$ d'être dépassée . . . . .	60
6.4.2.4.	Hauteur significative . . . . .	60
6.4.2.5.	Hauteur la plus probable . . . . .	60
6.4.2.6.	Hauteur maximale espérée . . . . .	61
6.4.2.7.	Hauteur maximale la plus probable . . . . .	62
6.4.2.8.	Cas d'une grande largeur de bande . . . . .	63
6.4.3.	Valeur extrême à court terme . . . . .	63
6.4.4.	Les groupements de vagues . . . . .	64
6.4.5.	Dénivelée non gaussienne en eau peu profonde . . . . .	65
<b>Chapitre 7. Représentation spectrale des états de mer . . . . .</b>		<b>67</b>
7.1.	Description spectrale des états de mer . . . . .	67
7.2.	Le spectre d'énergie de l'état de mer . . . . .	67
7.2.1.	Principe de l'analyse harmonique . . . . .	67
7.2.2.	Principe de l'analyse des fonctions aléatoires . . . . .	68
7.2.2.1.	Fonction d'autocorrélation . . . . .	68
7.2.2.2.	Densité spectrale . . . . .	69
7.2.2.3.	Densité spectrale angulaire . . . . .	69
7.2.3.	Application aux états de mer . . . . .	70



7.3. Les spectres empiriques . . . . .	71
7.3.1. Les spectres monodirectionnels . . . . .	71
7.3.1.1. Spectre à deux paramètres (Bretschneider - Pierson - Moskowitz) . . . . .	72
7.3.1.2. Spectre à trois paramètres (JONSWAP) . . . . .	74
7.3.1.3. Spectre à quatre paramètres (TMA) . . . . .	74
7.3.1.4. Spectre à six paramètres (Ochi-Hubble) . . . . .	75
7.3.1.5. Spectres d'états de mer en présence d'un courant . . . . .	76
7.3.2. Les fonctions de directivité de la houle . . . . .	76
7.4. Les grandeurs stochastiques . . . . .	79
7.5. Les spectres de réponses des structures . . . . .	79
7.5.1. Les spectres de réponse des grandeurs alternatives . . . . .	79
7.5.2. Les spectres de réponse pour la submersion . . . . .	80
7.5.3. Les spectres de réponse pour les grandeurs constantes . . . . .	80
7.6. Retour sur la loi de Rayleigh . . . . .	81
<b>Chapitre 8. Etats de mer de projet . . . . .</b>	<b>83</b>
8.1. Notion d'état de mer de projet . . . . .	83
8.2. Durée de retour d'un événement . . . . .	84
8.2.1. Durée de retour d'un événement isolé . . . . .	84
8.2.2. Durée de retour de la durée cumulée d'un événement . . . . .	85
8.3. Limitation par la profondeur . . . . .	86
8.3.1. Déferlement en profondeur constante . . . . .	86
8.3.1.1. Critère de McCowan 1894 . . . . .	86
8.3.1.2. Critère de Miche 1944 . . . . .	86
8.3.2. Déferlement au-dessus d'un plan incliné . . . . .	87
8.3.2.1. Critère de Weggel 1972 . . . . .	87
8.3.2.2. Critère de Battjes 1974 . . . . .	87
8.3.2.3. Critère de Goda 1975 . . . . .	88
8.3.2.4. Critère d'Ostendorf et Madsen 1979 . . . . .	88
8.3.3. La profondeur devient constante en haut d'une pente . . . . .	88
8.3.4. Distribution des hauteurs de lames en faible profondeur . . . . .	89
8.4. Limitation par les fetchs et par le vent . . . . .	91
8.4.1. Aperçu historique . . . . .	92
8.4.2. Formules de Sverdrup-Munk-Bretschneider . . . . .	93
8.4.3. Formules de Hasselmann . . . . .	94
8.4.3.1. Profondeur supérieure à 90 mètres . . . . .	94
8.4.3.2. Profondeur comprise entre 15 et 90 mètres . . . . .	95
8.4.4. Méthodes de génération-propagation . . . . .	95
8.5. Approche stochastique à long terme . . . . .	96
8.5.1. Problématique de l'approche stochastique à long terme . . . . .	96
8.5.2. Traitement des tables d'occurrences . . . . .	97
8.5.3. Evènements extrêmes régulièrement répartis . . . . .	97
8.5.3.1. Moments de la distribution . . . . .	98
8.5.3.2. Loi de Gumbel (FT-I) . . . . .	99
8.5.3.3. Loi de Weibull (FT-III) . . . . .	100

8.5.4. Méthode du renouvellement (POT) . . . . .	101
8.6. Transfert des houles du large à la côte . . . . .	103
8.6.1. Transformations de la houle à l'approche des côtes . . . . .	103
8.6.2. Modèles d'approche . . . . .	104
<b>Chapitre 9. Modélisation de la houle irrégulière . . . . .</b>	<b>107</b>
9.1. Modélisation à partir de la théorie linéaire . . . . .	107
9.2. Modélisation d'un spectre de houle . . . . .	108
<b>Chapitre 10. Vagues d'accompagnement des navires . . . . .</b>	<b>111</b>
10.1. Vagues d'accompagnement des navires . . . . .	111
10.1.1. Surenfacement des navires . . . . .	111
10.1.1.1. Formule de Huuska . . . . .	112
10.1.1.2. Première formules de Barras . . . . .	112
10.1.1.3. Seconde formules de Barras . . . . .	113
10.1.2. Cinématique des champs de vagues . . . . .	113
10.1.2.1. Champs de vagues en eau libre . . . . .	113
10.1.2.2. Influence du courant . . . . .	115
10.1.2.3. Influence de la profondeur . . . . .	116
10.1.2.4. Influence de la largeur du chenal . . . . .	117
10.1.2.5. Synthèse des phénomènes . . . . .	118
10.1.3. Hauteur des champs de vagues . . . . .	119
10.1.3.1. Champs de vagues en eau libre . . . . .	119
10.1.3.2. Influence du courant . . . . .	121
10.1.3.3. Influence de la profondeur . . . . .	122
10.1.3.4. Influence de la largeur du chenal . . . . .	122
10.1.4. Construction d'un signal de batillage $F - h \ll 1$ . . . . .	122
<b>Chapitre 11. Vent de projet . . . . .</b>	<b>125</b>
11.1. Différents aspects de la représentation du vent . . . . .	125
11.2. Représentation du profil moyen de vitesse . . . . .	126
11.3. Représentation des fluctuations de vitesse . . . . .	127
11.4. Signal temporel de la vitesse du vent . . . . .	128
11.5. Vents de projet . . . . .	129
11.5.1. Vent de projet pour les actions sur les états de mer . . . . .	129
11.5.2. Vent de projet pour les actions sur les structures . . . . .	129
<b>Chapitre 12. Courant de projet . . . . .</b>	<b>131</b>
12.1. Différents types de courant . . . . .	131
12.2. Courant de marée . . . . .	131
12.3. Courants engendrés par le vent . . . . .	132
<b>Bibliographie . . . . .</b>	<b>135</b>

## Chapitre 1

# Introduction

*« La physique ne consiste pas à écrire des équations, mais à comprendre le déroulement d'un phénomène »*

Louis de Broglie (1892-1987), *Recherches d'un demi-siècle*, Paris : Albin-Michel, 1976.

Les vagues sont des perturbations de la surface libre d'un plan d'eau, générées par l'action de forces naturelles de diverses origines telles que : le vent, le batillage d'un navire, une explosion sous-marine, un séisme, etc. Le nom de vagues désigne également les ondes infra-gravitaires, les seiches qui sont des oscillations de longue période qu'on observe sur les plans d'eau confinés (lacs, ports, passages entre une côte et une île, etc.), les ondes de marée comme les barres et les mascarets qu'elles engendrent dans les estuaires, les ressauts hydrauliques dus à la rupture d'un ouvrage, etc. De nombreuses ondes se propagent ainsi à la surface de la mer et des océans. Les distances entre leurs crêtes varient entre une vingtaine de centimètres pour les rides capillaires, à plusieurs milliers de kilomètres pour les tsunamis et les marées.



**Figure 1.1.** Dans les tempêtes extrêmement violentes, la mer peut se transformer en un chaos total (photo de Lange [COL 68])

L'action du vent est à l'origine de systèmes chaotiques d'ondes progressives, appelées « lames », qui se propagent avec une dispersion angulaire parfois importante de part et d'autre d'une direction principale. Les distances entre les crêtes de ces lames varient de quelques mètres à quelques centaines de mètres. Les systèmes assez confus de lames qui se développent progressivement dans la zone d'action du vent, constituent la « mer du vent ». Le milieu étant dispersif, les ondes les plus longues rattrapent et dépassent les ondes les plus courtes, si bien qu'une fois sorties de la zone d'influence du vent, avec le temps, les lames finissent par constituer un ensemble relativement plus cohérent et mieux organisé qu'on appelle « mer complètement formée ». Le nom de « houle » est réservé à un ensemble organisé de lames qui se succèdent de manière plus ou moins périodique à des intervalles de temps qui peuvent varier de quelques secondes à quelques dizaines de secondes. Elle résulte de la propagation des lames depuis une zone de génération, à travers des zones où l'action du vent est limitée.

Pour avancer de manière objective dans l'étude de la tenue à la mer des structures, il est nécessaire de disposer d'une description mathématique des états de la mer naturels. Comme ceux-ci sont souvent beaucoup trop chaotiques pour qu'on puisse espérer les représenter au moyen d'une modélisation déterministe, le point de vue probabiliste s'impose naturellement. Mais son développement suppose l'existence d'une base de connaissance qui ne peut se construire qu'à partir de l'observation en nature et de données globalement représentatives qui peuvent en résulter. Cette démarche, qui consiste à appliquer la théorie des probabilités à des grandeurs connues à travers le traitement de leurs données statistiques, constitue la base de l'analyse stochastique. Une telle approche est nécessairement soumise à des hypothèses simplificatrices qui permettent, sous réserve qu'elles soient vérifiées, la mise en œuvre de l'outil mathématique. Ces hypothèses de base concernent, bien sûr, la modélisation des états de mer, mais aussi celle de la réponse des structures et des ouvrages marins aux sollicitations des lames.

L'analyse dimensionnelle montre que les états de mer sont complètement définis par une répartition des lames en hauteur, en période et en incidence. Cependant, pour être maniable, la connaissance statistique des états de mer nécessite la définition d'un nombre limité de grandeurs susceptibles de les caractériser complètement. Parmi les informations relevées par les différents services météorologiques et océanographiques, trois rubriques, régulièrement renseignées, constituent la base des données disponibles :

1) La hauteur significative  $H_s$ . Elle a été définie par W.H. Munk (1944 [MUN 44]) comme la moyenne des hauteurs crêtes à creux du tiers des plus grandes lames du train de vagues considéré. Cette notion a été ensuite publiée par H.U. Sverdrup & W.H. Munk (1947 [SVE 47]). Elle présente l'intérêt de coïncider sensiblement avec la hauteur qui résulte des observations visuelles.

2) La période significative  $T_s$  associée à cette hauteur. Elle est définie comme la période moyenne des lames prises en compte pour l'évaluation de la hauteur significative. Elle présente l'intérêt d'être assez proche de la période  $T_p$  autour de laquelle l'état de mer véhicule le plus d'énergie. Elle est parfois remplacée par la période moyenne  $T_z$  (passage par le niveau moyen par valeur croissante  $T_{zuc}$ ).

3) L'incidence moyenne  $\beta$  de propagation du train de lames. En toute rigueur, il conviendrait d'ajouter un paramètre pour caractériser la dispersion angulaire autour de cette incidence moyenne.

C'est à partir de ces trois éléments, auxquels s'ajoutent les caractéristiques du vent (vitesse, incidence, durée), que les états de mer sont statistiquement définis. Ces grandeurs ne pourront cependant pas être utilisées efficacement sans définir des lois de dispersion, en fonction de la hauteur, de la période et de l'incidence des lames et donc de l'énergie véhiculée, autour des valeurs caractéristiques relevées. C'est l'analyse spectrale qui fournira les bases théoriques nécessaires pour paramétrer les caractéristiques des états de mer.

L'analyse de Fourier est donc l'outil naturel de traitement du signal aléatoire multidirectionnel, tel qu'apparaît l'être, à un instant donné, la surface de la mer. Cette approche conduit à superposer des ondes sinusoïdales et à en déduire une répartition de l'énergie en fréquence et en direction, le vecteur d'onde et la pulsation étant liés par la relation de dispersion. Naturellement, la représentation spectrale de la houle possède des limites que nous préciserons en fonction des hypothèses qui seront adoptées.

Notons toutefois que la décomposition des états de mer naturels les plus complexes en états de mer paramétrés ne permet pas de recouvrir l'ensemble des observations. En effet, de nombreux états de mer correspondent, d'une part, à des superpositions de mer du vent et de houle généralement de directions différentes et, d'autre part, à la suite de l'évolution des conditions météorologiques, à des superpositions d'états de mer du vent de directions différentes, l'un des états étant en train de s'amortir alors que l'autre est en cours de génération.

\*  
\* \*



## Chapitre 2

# Génération des lames dans la mer du vent

### 2.1. Définitions

La mer et les océans sont le siège d'une multitude d'ondes progressives d'origines diverses dont les crêtes sont espacées d'une distance pouvant aller d'une vingtaine de centimètres pour les rides capillaires, à plusieurs milliers de kilomètres pour les « tsunamis ».

Les ondes progressives, dues à l'action du vent, dont les distances entre crêtes vont de quelques mètres à quelques centaines de mètres sont appelées « lames (waves) ».

Lorsque des lames se reproduisent plus ou moins grossièrement à l'identique à des intervalles de temps allant de quelques secondes à quelques dizaines de secondes, elles sont appelées « houles (swell) ».

Le mot « vagues (waves) » n'implique, par contre, pas nécessairement l'idée de reproduction plus ou moins périodique des phénomènes.

Le terme « mer du vent (wind generated sea) » désigne le système, assez confus, d'oscillations forcées que le vent fait naître, et qu'il développe par la suite, à la surface de la mer.

Le terme « mer complètement formée (fully developed wind sea) » désigne le système, relativement organisé, d'oscillations libres que les lames précédentes finissent par constituer lorsqu'il n'y a plus de vent ou lorsqu'elles sont sorties de la zone d'influence du vent.

### 2.2. Principe de la génération des lames

Lorsqu'un vent se met à souffler sur une étendue d'eau initialement au repos, il apparaît tout d'abord de petites rides dues au frottement visqueux de l'air sur l'eau. Elles sont uniformément réparties sur la surface à peu près plane de la mer. Leur amplitude va aller en croissant pour donner des lames de directions, de longueurs d'onde et de hauteurs très variables en fonction de la régularité du vent. Il s'établit alors ce qu'on appelle une mer de vent.

La génération des lames dépend des transferts d'énergie entre le vent et la mer, mais les conditions dans lesquelles ceux-ci s'effectuent ne sont pas encore très bien connues, malgré le grand nombre d'explications proposées depuis plus d'un siècle : G.G. Stokes /1847/, Lord W. Kelvin /1887/, H. Helmholtz /1888/, H. Jeffreys /1924/ et /1925/, H.U. Sverdrup et W.H. Munk

/1947/, C. Eckart /1953/, O.M. Phillips /1957/, J.W. Miles /1957/ /1959/ et /1962/, M.J. Lighthill /1962/, B. Kinsman /1965/, J.A. Ewing /1971/.

Il semble toutefois établi que l'énergie du vent est transférée à la mer par des mécanismes qui sont liés, d'une part, aux fluctuations de pressions et, d'autre part, au frottement tangentiel à la surface libre.

Si les fluctuations de pression peuvent engendrer des écoulements irrotationnels, le cisaillement dû au frottement tangentiel ne peut donner jour qu'à des écoulements rotationnels. Dans ces conditions, le fait que les modèles fondés sur les écoulements irrotationnels soient relativement satisfaisants pour décrire les houles océaniques, pousse à privilégier les explications faisant intervenir des mécanismes liés aux fluctuations de pression.

Il convient cependant de rester prudent, car les phases d'évolution de l'état de la mer résultent, pour une période de lames donnée, de la succession de divers processus complexes ; les vagues courtes étant levées les premières.

Actuellement l'explication la plus souvent admise repose sur le modèle de la génération des rides par résonance, proposé par O.M. Phillips /1957/, complété par la théorie de l'écoulement cisailé (shear-flow) due à J.W. Miles /1957/, /1959/ et /1962/.

### 2.3. Initiation de rides par résonance

L'écoulement d'air engendré par le vent au-dessus de la surface horizontale de la mer étant, par nature, fortement turbulent (2.1), il existe toujours, même au-dessus d'un plan d'eau calme, des variations de pression suffisantes pour initier et développer des lames.

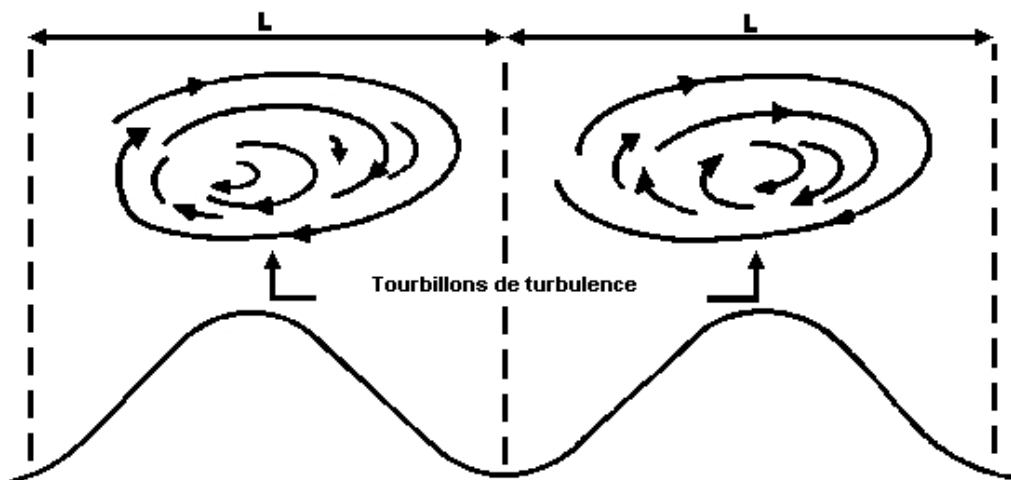


Figure 2.1. Turbulence de l'écoulement de l'air au-dessus de la surface de la mer [RAM 80]



Les structures tourbillonnaires de l'écoulement de l'air créent, au voisinage de la surface libre, des fluctuations de pression qui se propagent dans la direction du vent avec une certaine longueur d'onde  $L$ . Cette onde de pression engendre, puis amplifie des rides ; l'amplification ne pouvant se faire que si la condition de résonance est satisfaite, c'est-à-dire si la longueur d'onde  $\lambda$  de ces rides est égale à  $L$ .

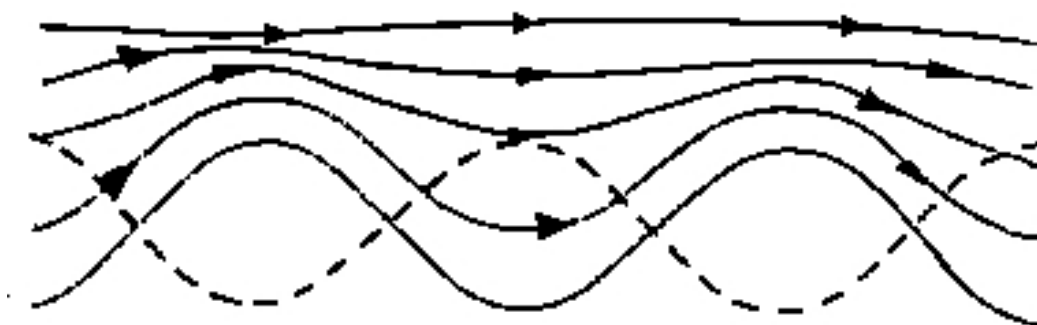
Ce mécanisme ne peut donc expliquer la naissance de rides de longueurs supérieures à la taille caractéristique des plus grosses structures tourbillonnaires engendrées par le vent.

Cette phase d'initiation correspond, pour une période donnée, à une croissance à peu près linéaire de l'amplitude des rides avec le temps.

#### 2.4. Amplification des lames par l'écoulement d'air moyen

Une fois les premières rides formées, leur croissance est assurée par l'interaction entre l'écoulement moyen de l'air et les ondulations de la surface libre suivant deux mécanismes.

Les ondulations de la surface libre modifient localement le champ des vitesses moyennes. Il en résulte, à un léger déphasage près, une surpression dans les creux et une dépression sur les crêtes, ce qui contribue à l'augmentation de l'amplitude des lames.



**Figure 2.2.** *Modification du champ des vitesses moyennes par les ondulations de la surface libre [RAM 80]*

Par ailleurs, le profil de vitesse initial du vent au-dessus de la surface libre est déformé par les ondulations ; la vitesse tangentielle ayant tendance à être plus faible dans les creux. Le cisaillement, dû à la viscosité de l'air, accompagne alors les particules dans leur mouvement orbital et tend ainsi à augmenter les vitesses orbitales en surface.

Quand les vagues ont atteint des hauteurs suffisamment importantes, les crêtes représentent des obstacles pour le vent dont l'écoulement décolle alors derrière les crêtes les plus hautes. Il en résulte une différence de pression entre les faces au vent et les faces sous le vent des lames. C'est l'effet de masque (sheltering effect) décrit par H. Jeffreys /1925/.

Ces interactions engendrent des phénomènes fortement non linéaires qui conduisent, pour une période donnée, à un accroissement qui varie exponentiellement avec le temps.



**Figure 2.3.** Les crêtes importantes représentent un obstacle pour le vent  
[RAM 80]

## 2.5. Transfert d'énergie par déferlement

L'énergie véhiculée par une houle étant proportionnelle au carré de sa hauteur, les transferts d'énergie, dus aux différents mécanismes, tendent, pour chaque période, à augmenter l'amplitude des vagues jusqu'à ce qu'elles sortent de la zone d'action du vent (limitation par le fetch), ou que le vent tombe (limitation par la durée), ou qu'elles atteignent la cambrure<sup>1</sup> limite d'environ 14% en eau profonde ce qui entraîne leur déferlement, ou enfin qu'elles arrivent dans une profondeur trop faible pour se propager sans déferler.

Non seulement cette limitation de la cambrure empêche les vagues d'atteindre des hauteurs infinies, mais elle contribue également, par transfert d'énergie des houles de petites périodes vers les houles de plus grandes périodes, à l'augmentation des amplitudes des lames non encore concernées par le déferlement.

La hauteur des lames augmente d'autant plus rapidement que la célérité est plus proche de la vitesse du vent. D'après O.M. Phillips, la croissance est d'autant plus rapide que les lames sont plus courtes, tandis que pour J.W. Miles, la croissance est d'autant plus lente que les lames sont plus courtes !

## 2.6. Mer en formation et mer formée

Les différents mécanismes conduisent d'autant plus rapidement à un état de saturation que les périodes sont courtes. Puis, lorsque les lames d'une période donnée commencent à déferler, elles cèdent une partie de leur énergie aux lames plus longues qui sont encore en cours de formation.

Lorsque l'état de saturation est atteint pour toutes les périodes, la mer est complètement formée.

1. La cambrure est le rapport entre la hauteur crête à creux et la longueur d'onde

Au début de la formation de l'état de mer, les longueurs des crêtes sont de l'ordre de deux à trois fois la longueur d'onde des lames. Lorsque l'état de mer est formé, la longueur moyenne des crêtes s'est allongée pour atteindre six ou sept fois la longueur d'onde.

Dans la réalité, lors du passage d'une perturbation atmosphérique, la zone d'action du vent se déplace. Selon la direction du déplacement de la perturbation par rapport à celle du vent qu'elle induit, il peut y avoir une augmentation ou une réduction du temps d'action du vent sur la mer déjà formée.

Par ailleurs, le déplacement de la perturbation provoque, en un lieu donné, une modification de la direction et de l'intensité du vent, ce qui entraîne l'apparition d'une agitation multidirectionnelle.

Enfin, une agitation due à un vent local peut s'ajouter à la houle provenant d'une tempête éloignée.

\*  
\* \*



## Chapitre 3

# L'évolution de la houle en dehors de la mer du vent

En dehors de la mer du vent, les lames disposent de tout l'espace pour s'épanouir sans contrainte, tandis que le vent ne leur apporte plus l'énergie nécessaire à la compensation des pertes générées par leur turbulence interne et le frottement sur le fond. Elles ne peuvent donc que s'atténuer progressivement.

L'étude des champs de vagues permet de mettre en évidence différents phénomènes de transformation des houles qui sont : la propagation, le shoaling, la réflexion, la réfraction et la diffraction. Notions qu'il convient de préciser.

### 3.1. Propagation de la houle

La propagation caractérise la transmission d'un signal d'un point à un autre de l'espace avec une certaine vitesse appelée vitesse de propagation, vitesse de phase ou célérité. Au cours de ce déplacement le signal peut être modifié mais il reste toujours identifiable.

En dehors de la mer du vent, les trains de houle se propagent à la vitesse de groupe. Mais chaque houle composante du train s'avance avec sa célérité propre. La tête des trains devient donc de plus en plus riche en lames de plus en plus longues, tandis que la queue du train devient de plus en plus riche en lames de plus en plus courtes, ce qui modifie la forme des spectres d'énergie et la période moyenne d'un point à l'autre et d'un instant à l'autre.

Lors de la propagation sur de grandes distances, l'hypothèse de la conservation de l'énergie totale n'est plus licite. Les effets de la dissipation d'énergie, due à la viscosité dans la masse et au frottement sur le fond, atténuent la hauteur de la houle.

La détermination d'un coefficient de frottement a fait l'objet de nombreux travaux dans le domaine de la mécanique des fluides. L'usage de quelques formules est toutefois privilégié dans le domaine du génie côtier. C'est en particulier le cas des formules proposées par I.G. Jonsson /1966/, K. Kajiura /1967/, J.W. Kamphuis /1975/ et W.D. Grant /1977/.

Désignons par  $h$  la profondeur d'eau, par  $H$  la hauteur de la houle, par  $\lambda$  la longueur d'onde de la houle et par  $k$  son nombre d'onde ( $k\lambda = 2\pi$ ), par  $T$  la période de la houle et par  $\omega$  sa pulsation ( $\omega T = 2\pi$ ). Soit  $\delta$  l'épaisseur de la couche limite et  $\hat{u}_\delta$  le module de la vitesse orbitale au niveau du fond au-dessus de la couche limite définie par :

$$\hat{u}_\delta = \frac{\omega \hat{H}_\delta}{2} = \frac{\omega H_\delta}{2 \operatorname{sh} kh} \quad (3.1)$$

Soient  $\nu$  la viscosité cinématique de l'eau,  $Re$  le nombre de Reynolds et  $K$  le rapport entre l'amplitude de l'excursion des particules fluides au niveau du fond (au-dessus de la couche limite) et la dimension caractéristique de la rugosité ( $k_N$  définie par Nikuradse) définis par :

$$Re = \frac{\hat{u}_\delta \hat{H}_\delta}{2\nu} = \frac{\omega H_\delta^2}{4\nu \text{sh}^2 kh} \quad \text{et} \quad K = \frac{\hat{H}_\delta}{2k_N} = \frac{H_\delta}{2k_N \text{sh} kh} \quad (3.2)$$

Il convient de noter que la définition de la dimension caractéristique de la rugosité n'est pas évidente. En effet, si sur un fond plat formé de grains tous de même diamètre  $d$ , il convient d'adopter  $k_N = d$ , dans les autres cas, il faut choisir une valeur de  $k_N$  qui tienne compte de la granulométrie moyenne du matériau de fond ainsi que des irrégularités géométriques (rides) qui peuvent augmenter sensiblement cette valeur.

Si les relations 3.3 sont vérifiées :

$$Re \leq 1.26 \cdot 10^4 \quad \text{et} \quad K \geq \frac{4}{\pi} \sqrt{2Re} \quad (3.3)$$

l'écoulement est laminaire, et le coefficient de frottement s'écrit :

$$C_t = \frac{2}{\sqrt{Re}} \quad (3.4)$$

Si les relations 3.5 sont vérifiées :

$$Re \geq 3.00 \cdot 10^4 \quad \text{et} \quad K \geq 0.075 Re^{0.85} \quad (3.5)$$

l'écoulement est turbulent sur un fond à faible rugosité relative, et le coefficient de frottement doit vérifier (Jonsson /1963, 1966/) :

$$\frac{1}{4\sqrt{C_t}} + 2 \log \frac{1}{4\sqrt{C_t}} = \log Re - 1.55 \quad (3.6)$$

Si les relations 3.7 sont vérifiées :

$$\log K \leq -0.62 + 1.17 \cdot 10^{-4} Re \quad \text{et} \quad K \leq 0.010 Re^{0.85} \quad (3.7)$$

l'écoulement est turbulent au-dessus d'un fond à forte rugosité relative, et le coefficient de frottement doit vérifier (Jonsson /1963, 1966/) :

$$\begin{aligned} \frac{1}{4\sqrt{C_t}} + \log \frac{1}{4\sqrt{C_t}} &= \log K - 0.08 & \text{si} & \quad K > 1.57 \\ C_t &= 0.30 & \text{si} & \quad K \leq 1.57 \end{aligned} \quad (3.8)$$

Dans le cas d'un écoulement turbulent sur un fond à forte rugosité relative W.D. Grant a proposé l'emploi de la formule :

$$\frac{1}{4.06\sqrt{C_t}} + \log \frac{1}{4\sqrt{C_t}} = \log K - 0.325 \quad (3.9)$$

Entre ces domaines du plan ( $Re, K$ ), des zones de transition sont intercalées. Dans ces zones, le coefficient de frottement doit être calculé par interpolation linéaire entre les valeurs qu'il prend sur les limites.

Lorsque la couche limite sur le fond est laminaire, l'amplitude de la houle décroît exponentiellement avec la distance  $x$  parcourue :

$$H = H_0 \exp(-\alpha x) \quad \text{avec} \quad \alpha = \frac{2\nu k^2}{C_g} \left[ 1 + \frac{1}{\text{sh } 2kh} \sqrt{\frac{\omega}{8\nu k^2}} \right] \quad (3.10)$$

où  $C_g$  est la vitesse de groupe.

Lorsque la couche limite est turbulente, ce qui est presque toujours le cas dans la nature, la décroissance de l'amplitude de la houle, en fonction de la distance  $x$  parcourue, est de la forme :

$$H = \frac{H_0}{1 + \alpha H_0 x} \quad \text{avec} \quad \alpha = \frac{8\pi^2 C_t}{3gT^3 C_g \text{sh } 3kh} \quad (3.11)$$

Ces formules tiennent compte à la fois des pertes par dissipation interne et des pertes par frottement sur le fond.

Soit, par exemple, une houle de période 10 secondes et de hauteur 2 mètres se propageant dans 20 mètres d'eau sur un fond plan et horizontal de constante de rugosité égale à 0.1 mètres. La théorie des écoulements turbulents conduit à une diminution de la hauteur de 1% après un parcours de près de 300 mètres, tandis que théorie des écoulements laminaires conduit au même résultat pour une distance de 12500 mètres.

Après avoir analysé toute une série de mesures effectuées à la mer, C.L. Bretschneider /1952/ a constitué des abaques indiquant la valeur du coefficient de réduction de la hauteur significative en fonction de la distance parcourue par la houle, en grande profondeur, en dehors de la mer du vent. Le tableau 3.1 indique des valeurs moyennes pour des lames de 3 à 4 mètres de hauteur à la sortie de la mer du vent.

Distance en milles nautiques	100	200	500	1000	2000	3000	4000	6000	10000
Coefficient de réduction	0.64	0.53	0.40	0.30	0.22	0.17	0.14	0.11	0.07

**Tableau 3.1.** Coefficient de réduction de la hauteur d'une houle en fonction de la distance parcourue.

Il conviendrait de diminuer ces coefficients d'environ 5% pour des lames de 2 mètres crête à creux, et de l'ordre de 10% pour des lames d'un mètre crête à creux.

### 3.2. Shoaling de la houle

Lorsque les fonds remontent, les caractéristiques de la houle (hauteur, période, longueur d'onde, etc) évoluent. C'est le phénomène de « shoaling ».

Le rapport entre la hauteur crête à creux  $H$  d'une houle de nombre d'onde  $k = 2\pi/\lambda$  qui se propage dans une profondeur d'eau  $h$ , et sa hauteur  $H_0$  au large en eau profonde est appelé

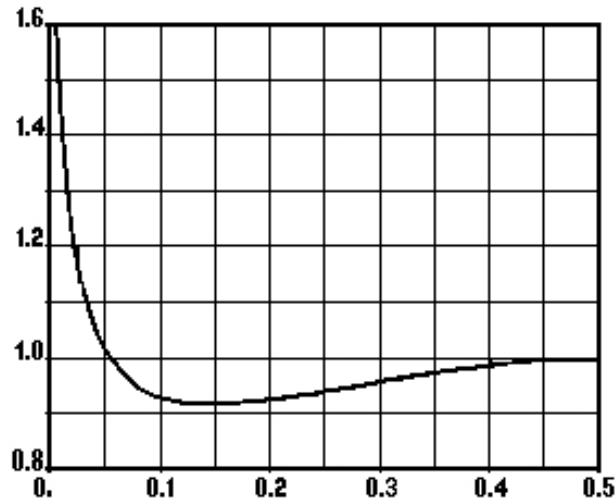


Figure 3.1. Evolution du coefficient de shoaling en fonction de la profondeur relative initiale  $h/\lambda_0$

coefficient de shoaling. Il traduit l'évolution de la hauteur de l'onde en fonction de la profondeur à flux d'énergie par unité de longueur de crête constant et s'écrit :

$$K_s = \frac{H}{H_0} = \left[ \left( 1 + \frac{2kh}{\text{sh } 2kh} \right) \text{th } kh \right]^{-\frac{1}{2}} \quad (3.12)$$

L'évolution du coefficient de shoaling est représentée sur la figure 3.1, Le coefficient de shoaling décroît de 1 à 0.913 entre le large et la profondeur  $0.15\lambda_0$ , puis augmente jusqu'au déferlement.

### 3.3. Réfraction de la houle

La réfraction caractérise les changements de direction et de vitesse qui interviennent lors de la propagation d'une onde dans un milieu hétérogène à variation lente ou lorsqu'elle franchit une discontinuité.

Lorsque la houle traverse obliquement une zone dans laquelle les fonds remontent doucement, sa vitesse de propagation, dépendant de la profondeur suivant la relation de dispersion :

$$C = C_0 \text{th } kh \quad (3.13)$$

est plus faible vers les petites profondeurs que vers les grandes. En conséquence, la ligne de crête se déforme et tend à devenir normale à la ligne de plus grande pente. C'est le phénomène de réfraction de la houle.

La réfraction tend à faire converger la houle derrière des hauts fonds et à la faire diverger derrière des dépressions bathymétriques.

La réfraction reflète les aspects liés à la propagation, mais pas ceux relatifs au comportement physique complet du milieu. Ainsi la réfraction de la houle rend compte de la variation lente



de la profondeur du milieu marin, mais pas de la réflexion sur des obstacles tels que les talus sous-marins raides.

Par contre, les réflexions sur les limites spatiales du domaine se traduisent, en général, assez bien en termes de propagation, ce qui permet, dans un certain nombre de problèmes, de les prendre en compte d'office avec la réfraction.

### 3.4. Diffraction de la houle

La diffraction caractérise la réaction du milieu à un gradient de la hauteur de l'onde le long de ses crêtes et de ses creux. Il se manifeste dans différents cas, par exemple lorsqu'une onde arrive sur une digue (cf. figures 3.2). Une partie du domaine au-delà de la digue voit arriver l'onde incidente, tandis que l'autre partie ne la voit pas. La différence de hauteur se traduit alors par une diffraction de l'onde derrière la digue. Il en est de même derrière tous les types d'obstacles.

Il convient de noter que la propagation peut engendrer, par réfraction, des gradients d'amplitude importants. La diffraction tendra alors à réduire la concentration d'énergie.

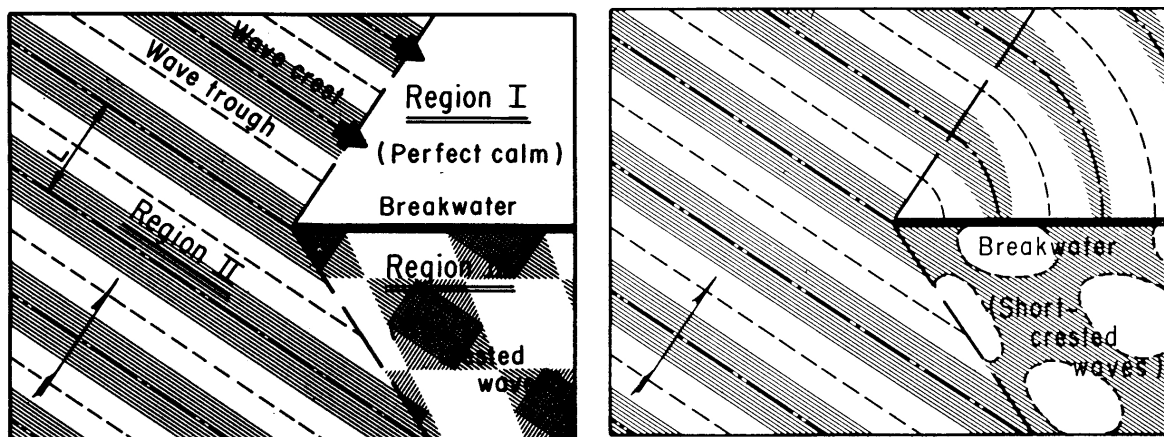


Figure 3.2. Propagation a) sans diffraction - b) avec diffraction

### 3.5. Réflexion de la houle

#### 3.5.1. Réflexion sur une paroi plane

La réflexion caractérise le retour d'une onde après sa rencontre avec un obstacle ou une limite.

Dans le cas des ondes de surface libre il y a bien sûr réflexion sur des limites spatiales (quai, digue, falaise, plage, etc.), mais aussi sur les discontinuités du fond ou sur les talus sous-marins raides.

La description de la réflexion au moyen d'un coefficient de réflexion est fondée sur l'analyse de la propagation d'une onde face à un obstacle. Dans certain cas, ce coefficient de réflexion est

directement calculé à partir des lois de comportement du milieu, par exemple, pour la réflexion sur un obstacle sous-marin, par calcul complet du potentiel. Dans d'autre cas il est mesuré par analyse de la réflexion d'une onde d'incidence normale, et plus rarement d'incidence oblique. Dans ce dernier cas, le comportement physique de la frontière n'est pas complètement connu.

La réflexion d'une houle sur une frontière semi-absorbante conduit à une réduction de l'amplitude incidente et à un déphasage. La réduction d'amplitude incidente est due à la dissipation d'énergie dans la structure interne de la frontière. Des valeurs expérimentales sont disponibles, essentiellement pour des houles frontales et pour différents types d'ouvrages et de revêtements. Il n'y a pas eu, à notre connaissance, de programme systématique de mesures pour des incidences obliques, et les valeurs correspondant aux houles frontales sont généralement conservées. Le déphasage est une notion plus délicate qui est souvent occultée.

Soit une onde se propageant dans une direction formant un angle  $\theta$  avec l'axe  $Ox$  et qui se réfléchit sur la frontière d'équation  $x = 0$ . Le potentiel des vitesses de l'onde incidente s'écrit :

$$\phi_I = A \exp [ik (+x \cos \theta + y \sin \theta) + i\alpha] \quad (3.14)$$

En désignant par  $R$  le coefficient de réduction de la hauteur, le potentiel des vitesses de l'onde réfléchie s'écrit, d'après la loi de Snell-Descartes :

$$\phi_R = AR \exp [ik (-x \cos \theta + y \sin \theta) + i\alpha + i\beta] \quad (3.15)$$

Le potentiel des vitesses total est la somme des deux termes  $\phi_I + \phi_R$  :

$$\phi = A \exp [iky \sin \theta + i\alpha] [\exp (+ikx \cos \theta) + R \exp (-ikx \cos \theta) \exp(i\beta)] \quad (3.16)$$

Soit en  $x = 0$ , position de la frontière :

$$\begin{aligned} \phi|_{x=0} &= A \exp [iky \sin \theta + i\alpha] [1 + R \exp(i\beta)] \\ \left. \frac{\partial \phi}{\partial n} \right|_{x=0} &= ik \cos \theta A \exp [iky \sin \theta + i\alpha] [1 - R \exp(i\beta)] \end{aligned} \quad (3.17)$$

La condition mixte, qui correspond à une réflexion partielle peut alors s'écrire sous la forme générale de Robin-Fourier :

$$\left. \frac{\partial \phi}{\partial n} + ik(a_r + ia_i)\phi \right|_{x=0} = 0 \quad (3.18)$$

En prenant en compte la forme du potentiel et en séparant les parties réelle et imaginaire, il vient :

$$\begin{aligned} R \cos \theta \sin \beta - a_r R \sin \beta - a_i (1 + R \cos \beta) &= 0 \\ \cos \theta (1 - R \cos \beta) + a_r (1 + R \cos \beta) - a_i R \sin \beta &= 0 \end{aligned} \quad (3.19)$$

ce qui conduit aux expressions :

$$a_r = \frac{\cos \theta (R^2 - 1)}{1 + 2R \cos \beta + R^2} \quad ; \quad a_i = \frac{2R \cos \theta \sin \beta}{1 + 2R \cos \beta + R^2} \quad (3.20)$$

Dans le cas d'une incidence frontale  $\theta = 0$  et d'un déphasage  $\beta$  quelconque, ces expressions deviennent :

$$a_r = \frac{R^2 - 1}{1 + 2R \cos \beta + R^2} \quad ; \quad a_i = \frac{2R \sin \beta}{1 + 2R \cos \beta + R^2} \quad (3.21)$$

Sans déphasage  $\beta = 0$ , les problèmes réels et complexes sont découplés ; dans tous les cas  $a_i$  est nul, mais  $a_r$  dépend de l'angle d'incidence :

$$a_r = -\cos \theta \frac{1 - R}{1 + R} \quad ; \quad a_i = 0 \quad (3.22)$$

La condition de réflexion partielle 3.18 se met alors sous la forme :

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} - ik \cos \theta \frac{1 - R}{1 + R} \phi \Big|_{x=0} = 0 \quad (3.23)$$

C'est la seule condition aux limites qui puisse être imposée. Or, elle dépend de deux variables indépendantes  $R$  et  $\theta$ , elle peut donc être satisfaite par une infinité de couples de valeurs  $(R, \theta)$ .

L'angle d'incidence n'est pas une donnée du problème posé en terme de potentiel, il est donc le résultat du calcul et dépend de l'ensemble des conditions aux limites. Dans ces conditions,  $a_r$  étant imposé comme donnée, c'est le coefficient de réflexion partielle  $R$  qui s'ajuste et le résultat ne correspond donc pas à la valeur choisie, à priori, pour la frontière.

Il faut donc estimer, à priori, l'angle d'incidence avant de procéder à un calcul du potentiel. Une sous-estimation de la valeur de l'incidence relative  $\theta$  conduit à une surestimation du terme  $\cos \theta$  (souvent d'ailleurs pris égal à l'unité) ce qui revient à surestimer le coefficient de réflexion partielle  $R$  et donc à faire une évaluation pessimiste de l'absorption de l'énergie par la frontière, ce qui va, d'ailleurs, dans le sens de la sécurité en termes d'agitation.

Il est toutefois possible d'améliorer cet état des choses en utilisant la méthode proposée par M Sanchez (1996 [SAN 96]).

En écrivant  $\phi(x, y)$  en fonction de son module et de son argument, et en considérant sa dérivé normale, il vient :

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = \frac{\partial}{\partial n} \{ |\phi| \exp [i \text{Arg}(\phi)] \} = \frac{\partial |\phi|}{\partial n} \exp [i \text{Arg}(\phi)] + i \frac{\partial \text{Arg}(\phi)}{\partial n} \phi \quad (3.24)$$

d'où la relation qui doit être satisfaite :

$$\left| \frac{\partial \phi}{\partial n} - i \left[ \frac{\partial \text{Arg}(\phi)}{\partial n} - \frac{i}{\phi} \frac{\partial |\phi|}{\partial n} \exp [i \text{Arg}(\phi)] \right] \phi \right|_{\Gamma_s} \quad (3.25)$$

Comme la dérivée normale du module doit être nulle sur une frontière réfléchissante, le deuxième terme peut être négligé, d'où la relation qui doit être vérifiée entre l'argument de  $\phi(x, y)$ , le coefficient de réflexion partielle et l'incidence relative (et éventuellement le déphasage) sur la frontière :

$$\frac{\partial \text{Arg}(\phi)}{\partial n} = -k(a_r + ia_i) = k \cos \theta \frac{1 - R}{1 + R} \Big|_{\Gamma_s} \quad (3.26)$$

Au départ, l'incidence relative n'étant pas connue, il convient de procéder par itérations en commençant par une incidence normale en tout point, puis en utilisant, pour les estimations suivantes du coefficient de réflexion  $R$ , l'incidence tirée de la relation 3.27 elle-même issue de 3.26.

$$\cos \theta = \frac{1}{k} \frac{1 - R}{1 + R} \frac{\partial \text{Arg}(\phi)}{\partial n} \Big|_{\Gamma_s} = 0 \quad (3.27)$$

### 3.5.2. Onde de Mach

En eaux peu profonde, une onde solitaire qui arrive sur une paroi avec un angle d'incidence  $\theta$  - par rapport à la normale à la paroi - inférieur à  $45^\circ$ , se réfléchit et repart avec un angle identique : sa réflexion est spéculaire.

Lorsque l'angle d'incidence augmente pour prendre une valeur comprise entre  $45^\circ$  et  $70^\circ$ , une troisième onde, appelée onde d'arrêt (stem crest), peut prendre naissance. Elle se propage parallèlement à la paroi. L'onde incidente, l'onde réfléchie et l'onde d'arrêt se rencontrent en un point situé à une certaine distance de la paroi.

Pour un angle d'incidence supérieur à  $70^\circ$ , l'onde réfléchie disparaît et seules subsistent l'onde incidente et l'onde d'arrêt.

Ce phénomène a été mis en évidence et étudié en laboratoire par P.H. Perroud /1957/ puis par T.G. Chen /1961/ et par R.L. Wiegel /1964/. En raison de son analogie avec la réflexion des ondes de choc en dynamique des gaz étudiée par M.J. Lighthill /1949/, Wiegel l'a baptisé « phénomène d'onde de Mach (Mach stem effect) ».

Des expériences similaires ont été réalisées avec des ondes périodiques par A.H. Nielsen /1962/, puis plus récemment par U. Berger et S. Kohlhasse /1976/. Elles ont mis en évidence une cinématique analogue qui est illustrée sur la figure 3.3.

La hauteur de l'onde d'arrêt augmente progressivement en fonction de la distance parcourue, jusqu'à atteindre une valeur limite. Elle est d'autant plus grande que l'angle d'incidence est plus grand.

La longueur de l'onde d'arrêt augmente également en fonction de la distance parcourue. Elle est d'autant plus grande que l'angle d'incidence est plus grand, que la profondeur est plus faible et que la longueur d'onde de l'onde incidente est plus grande.

Dans toutes ces expériences, la dispersion des résultats est très importante.

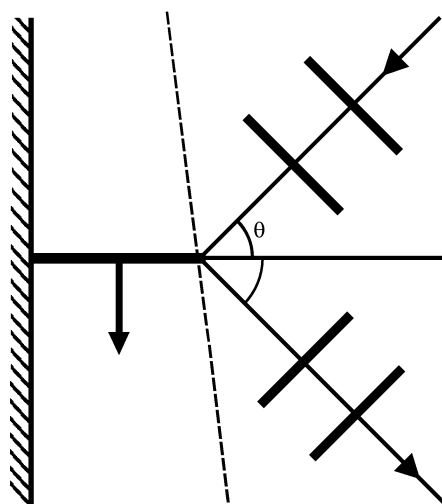


Figure 3.3. Phénomène d'onde de Mach

Ces ondes de Mach trouvent leur origine dans les non linéarités de diffraction qui se manifestent lors de la réflexion des ondes rasantes en faible profondeur.

J.W. Miles /1977/ a proposé une théorie des ondes de Mach pour les ondes solitaires en faible profondeur. Ses conclusions ont été vérifiées expérimentalement par W.K. Melville /1980/.

D.K. Yue et C.C. Mei /1980/ ont proposé une théorie des ondes de Mach pour les ondes périodiques rasantes. Un résultat important de ces travaux (valides pour  $\pi - 2\theta > 0$ ) est de montrer que les ondes de Mach se manifestent d'autant plus que le paramètre de non linéarité  $K$  est grand ( $K > 1$ );  $K = 0$  correspondant à la théorie linéaire.

$$K = \left[ \frac{kH}{\pi - 2\theta} \right]^2 \Theta(kh) \quad (3.28)$$

avec :

$$\Theta(kh) \frac{C}{C_g} \frac{\text{ch } 4kh + 8 - 2\text{th}^2 kh}{8\text{sh}^4 kh} \quad (3.29)$$

$\Theta(kh)$  est de l'ordre de 2 lorsque  $kh$  est supérieur à l'unité, et croît asymptotiquement lorsque  $kh$  tend vers zéro. Il faut donc que la longueur d'onde soit supérieure à 6 fois la profondeur pour que ce terme commence à devenir important.

### 3.6. Les seiches

Les vagues engendrées par le vent ont des périodes généralement inférieures à une quinzaine de secondes et ne dépassent qu'exceptionnellement vingt secondes.

Cependant, dans des milieux plus ou moins confinés (mers fermées, lacs, baies marines, estuaires, détroits, ports, etc.), de lentes oscillations périodiques du plan d'eau peuvent être observées. Leurs périodes varient de l'ordre de la minute à l'ordre de l'heure. Leurs amplitudes

varient de l'ordre de la dizaine de centimètres à l'ordre du mètre et ne dépasse qu'exceptionnellement 2 mètres.

Les premières études de ces oscillations ont été réalisées sur le lac Léman par F.A. Forel /1875/ (d'où le nom de seiches sous lequel les désignent les bateliers du Léman). A Genève, des seiches de périodes 73 minutes et 36 minutes et d'amplitudes 0.5 mètre correspondent respectivement à des oscillations longitudinales uni modale et bi-nodales du lac Léman.

Ces oscillations stationnaires libres correspondent à des résonances du bassin dont l'excitation peut avoir diverses origines telles que :

- un tremblement de terre (En 1755, le tremblement de terre de Lisbonne a provoqué des seiches dans les lacs d'Ecosse) ;
- une variation de la pression atmosphérique, sur une portion du plan d'eau, à une échelle de temps comparable à la demi-période) ;
- une variation brutale de l'intensité ou de direction des vents sur le plan d'eau (basculement du plan d'eau) ;
- des vagues de longues périodes ou ondes solitaires générées lors de fortes tempêtes par des transferts d'énergie (ondes infra gravitaires) ;
- des composantes basses fréquences du spectre de houle du deuxième ordre ;
- une surélévation du niveau d'eau entre la barre et la côte due au déferlement de trains de vagues successifs à des périodes d'une à cinq minutes (surf beat) ;
- une variation du niveau des thermoclines ou des isohalines.

Ces oscillations sont souvent difficilement décelables par la simple observation et peuvent être masquées par la marée. Elles se manifestent surtout par leurs effets comme, par exemple, des ruptures d'amarres dans les ports.

\*  
\* \*

## Chapitre 4

# Le déferlement des lames

### 4.1. Systèmes de courants liés au déferlement

En déferlant, la houle subit une transition très rapide suivant une dynamique extrêmement complexe. Ce phénomène peut être défini comme une transformation du mouvement irrotationnel des particules d'eau en un mouvement rotationnel.

Dans la zone de déferlement, une « barre » d'eau se déplace vers les profondeurs décroissantes (D.R. Basco /1985/, J.C. Ingle /1966/). La compensation de la quantité de mouvement se traduit alors par des courants de retour vers le large.

Il existe deux types de courants de retour vers le large :

- le premier, qui se manifeste sporadiquement dans une étroite bande perpendiculaire à la ligne de côte dans l'espace bidimensionnel horizontal, est connu sous le nom de courant sagittal (rip-current) ;
- le second, qui apparaît tout au long de la côte dans l'espace bidimensionnel vertical, est connu sous le nom de courant de compensation (undertow-current). Il est responsable de l'érosion des côtes et de la formation des barres sableuses parallèlement au trait de côte.

Dans le cas où la houle déferle obliquement au trait de côte, elle génère un courant littoral parallèle à la côte (longshore-current). Ce courant présente une importance particulière dans la mesure où il transporte des sables, le long de la côte, sur des distances considérables (P.D. Komar /1983/).

Le processus qui gouverne l'écoulement dans la zone de déferlement est un phénomène encore non quantifiable dans la mesure où le problème de la mécanique des fluides correspondant n'a pas actuellement reçu de solution complètement satisfaisante. Cet écoulement n'est pas assez bien connu pour permettre d'identifier convenablement ses caractéristiques. Il n'existe donc pas aujourd'hui de modèle théorique permettant de déterminer le champ de vitesse sur toute la colonne d'eau pendant le déferlement. Un tel modèle permettrait d'avoir une détermination théorique des efforts de la houle, de ses flux d'énergie moyenne et de la dissipation d'énergie qui sont des informations indispensables pour estimer ensuite les variations des hauteurs moyennes de la surface libre (wave set-up et wave set-down).

L'ambition des travaux théoriques s'est longtemps limitée à la prédiction la position du déferlement (W.H. Munk /1949/, C.W. Lenau /1966/, G.D. Crapper /1970/ et R.K. Price /1971/). Les autres travaux recensés sont expérimentaux. Ils portent sur les études des effets du déferlement

sur la plage (G.H. Keulegan /1948/, T. Saville /1957/) ou sur les murs verticaux (A.L. Kadib /1963/, C.B. Chesnutt /1977/). Un nombre limité d'études expérimentales a permis d'aborder le processus du déferlement en s'orientant vers les trois axes suivants :

- 1) identification des types de déferlement et des formes successives de la houle déferlante (D.A. Patrick et R.L. Wiegel /1954/, A.T. Ippen et G. Kulin /1955/);
- 2) détermination de la hauteur maximale de la houle déferlante et de la profondeur du point de déferlement en fonction des caractéristiques de la houle et de la plage (H.W. Iversen /1953/, A.T. Ippen et G. Kulin /1955/);
- 3) connaissance de la distance horizontale traversée par la houle pendant son déferlement (C.J. Galvin /1969/).

Les systèmes de courants qui se développent le long du rivage sont présentés sur la figure 4.1. Chaque motif commence et se termine par un courant sagittal (rip-current). Les flèches indiquent les directions de l'écoulement dans le plan horizontal et dans le profil A-A'. Le courant de compensation (profil A-A') a été mis en évidence et quantifié par des mesures électromécaniques réalisées après le déferlement (A. Schiffman /1963/, /1965/). Ces mesures indiquent qu'un écoulement de retour de vitesse supérieure à 0.37 mètre par seconde (1.20 pied par seconde) se produit au fond, souvent en même temps qu'un écoulement de surface portant à la côte. Il faut cependant noter qu'avant le déferlement, l'écoulement dans la couche limite se fait dans le sens de propagation de la houle, et qu'alors le courant de compensation se forme au centre de la masse d'eau.

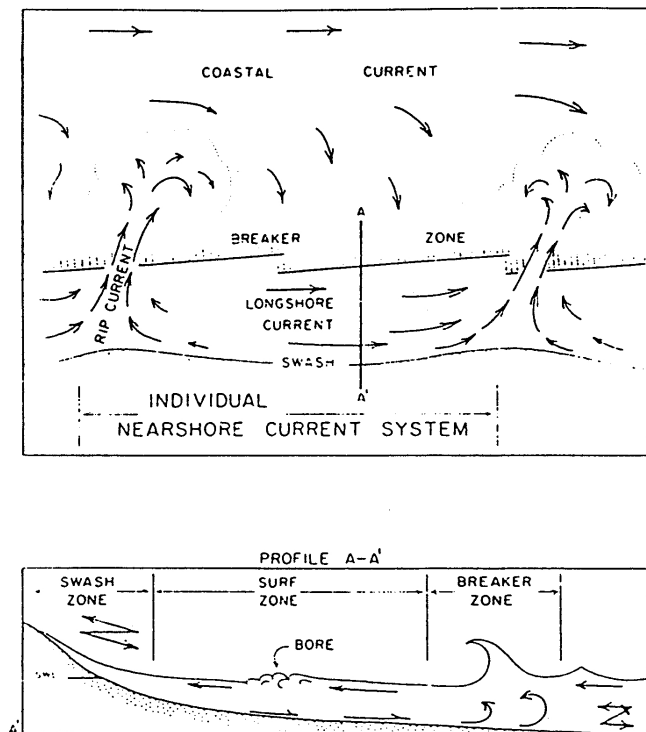
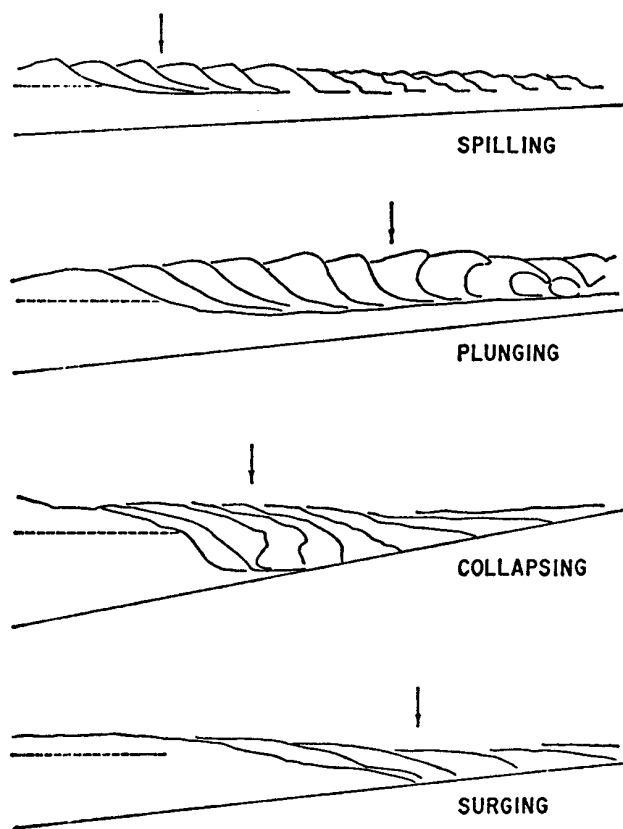


Figure 4.1. Schéma des systèmes de courants le long du rivage (near-shore)  
d'après J.C. Ingle /1966/.



## 4.2. Différents types de déferlement

Comme le montre la figure 4.2, la littérature, distingue généralement quatre types de déferlement (P.D. Komar /1976/, C.J. Galvin /1968/, /1976/ et J. Larras /1979/).



**Figure 4.2.** Profils longitudinaux des quatre types de déferlement (échelles différentes). Les flèches indiquent le point initial du déferlement. (d'après C.J. Galvin /1968/).

### 4.2.1. Déferlement glissant

Le déferlement « à déversement » ou « glissant » (« spilling breaking ») est caractérisé par des lames d'eau à peine dissymétriques et dont la crête s'accompagne d'une petite cascade d'eau bouillonnante qui glisse vers le rivage avec elle. Le déferlement glissant est en général peu visible et survient rapidement. La transition du mouvement irrotationnel en mouvement rotationnel sur la colonne d'eau est lente. La figure 4.3 montre un cas typique de déferlement glissant.

### 4.2.2. Déferlement plongeant

Le déferlement « en volute », « en cataracte », « basculant » ou « plongeant » (« plunging breaking ») est caractérisé par une grande volute d'eau dissymétrique très visible avec une face antérieure concave lisse presque verticale que la crête finit par surplomber avant de retomber



**Figure 4.3.** *Déferlement glissant.*

brutalement en nappe déversante en formant un grand tourbillon. une transition soudaine et violente du mouvement irrotationnel en mouvement rotationnel s'étend sur toute la colonne d'eau. La formation du jet plongeant et puis du tourbillon nécessite une distance et un temps identifiable et mesurable. La figure 4.4 montre un cas typique de déferlement plongeant. L'évolution



**Figure 4.4.** *Déferlement plongeant.*

d'un déferlement plongeant a été décrit par de D.H. Peregrine /1980/ qui a détaillé le mécanisme du système d'éclabousses mentionné par R.L. Miller. D.H. Peregrine a montré que l'existence du système d'éclabousses est possible car, lorsqu'un jet plongeant pénètre complètement dans l'eau, il se comporte comme une masse solide qui pousse une partie de la masse d'eau antérieurement non perturbée à former un nouveau jet.

Le jet plongeant forme également un noyau ou un tube d'air intérieur. L'air piégé est rapidement comprimé par le mouvement du mur d'eau verte (figure 4.7) au voisinage de la crête et rejaillit parfois à travers la surface. La circulation d'eau autour de ce tube d'air provoque une accélération centrifuge qui s'équilibre avec un gradient centripète de pression. Ce phénomène retarde l'écroulement du tube d'air, alors que sa forme non circulaire et les instabilités hydrodynamiques tridimensionnelles tendent à réduire le temps d'existence du tube.

### 4.2.3. Déferlement frontal

Le déferlement « à gonflement » ou « frontal » (« surging breaking ») est caractérisé par une face antérieure des lames qui prend une forme dissymétrique de plus en plus bombée dans les hauts et se résout en masses d'eau fortement tourbillonnantes à mi-hauteur.

Les déferlements à gonflement forment de faibles vagues stationnaires qui arrivent sur la plage avec des turbulences générées par le frottement sur les fonds. La figure 4.5 montre un cas typique de déferlement frontal obtenu en Laboratoire Central d'Hydraulique de France.

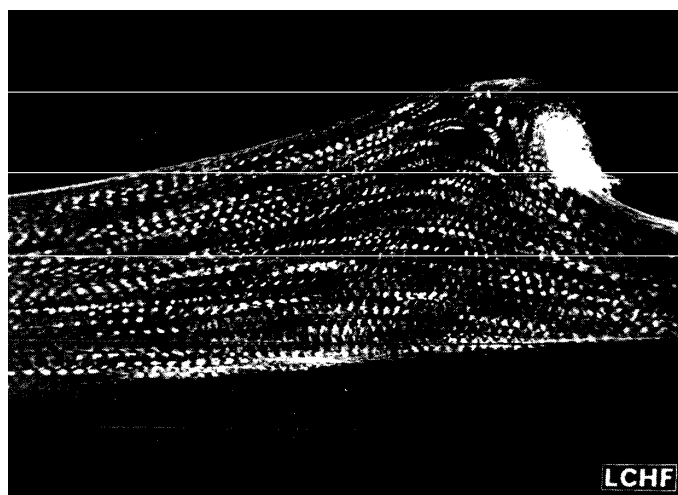


Figure 4.5. Déferlement frontal.

### 4.2.4. Déferlement à effondrement

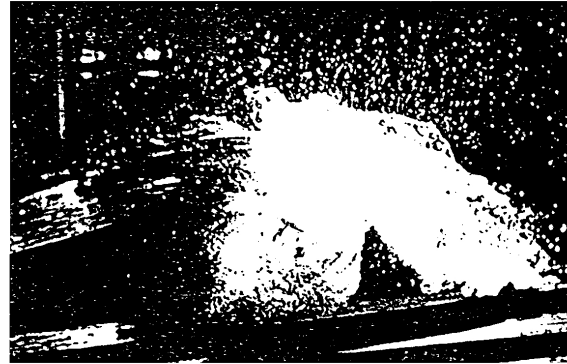
Le déferlement « à effondrement » (« collapsing breaking ») représente un type intermédiaire entre le déferlement plongeant et le déferlement frontal. La figure 4.6 montre un cas typique de déferlement à effondrement.



Figure 4.6. Déferlement à effondrement.

### 4.3. Analyse du déferlement

D'après D.R. Basco /1985/, les déferlements glissant et plongeant sont deux extrêmes d'une gamme de déferlements naturels. La figure 4.7 illustre un déferlement plongeant violent (photographie et schéma) et présente ses différentes zones élémentaires. Les déferlements à effon-



(a) 35 mm slide (courtesy I. A. Svendsen)

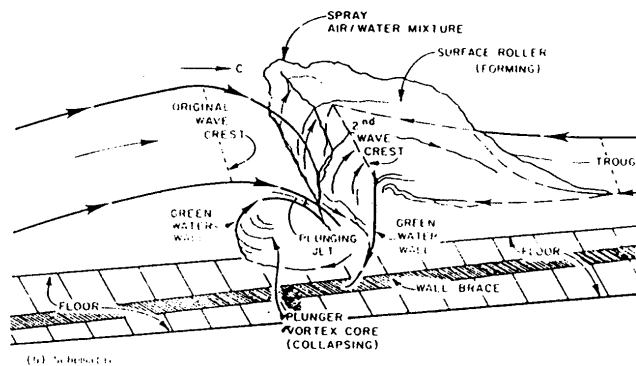
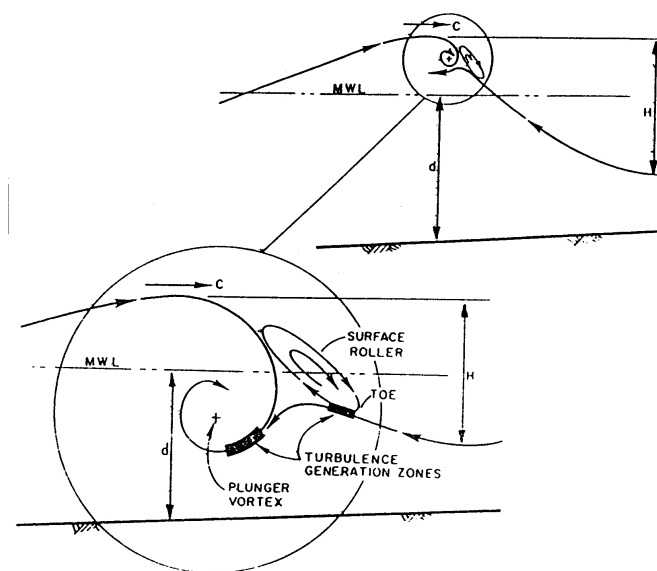


Figure 4.7. Déferlement plongeant violent (d'après D.R. Basco /1985/) photographie et Schéma.

drement arrivent en dernier lieu sur la plage. Ils sont similaires aux déferlements plongeants à l'exception du fait que le jet commence à un niveau très en dessous de la crête (C.J. Galvin /1976/).

Bien que le déferlement soit chaotique, l'observation *in situ* a montré qu'il existe des caractéristiques principales et des allures répétitives. Il semble possible d'identifier des formes générales dans des différents types de déferlement à l'aide d'observations visuelles par cinématographie rapide.

Partant de cet approche, R.L. Miller /1976/ a conclu que l'allure du mouvement d'eau, ainsi que celle des systèmes tourbillonnaires dans les deux déferlements plongeant et glissant sont similaires, mais avec des échelles très différentes. Cette conception est schématisée sur la figure 4.8. Un éclaboussement initial issu d'un jet plongeant engendre, en général, un deuxième éclaboussement (P. Bonmarin /1989/). Ce processus peut se répéter et produire un système de tourbillons qui vont en s'atténuant. Il n'existe pas actuellement de mesures de vitesses assez détaillées pour permettre d'avoir une vue synthétique du champ de vitesses dans la zone de déferlement. En effectuant des mesures au voisinage du fond, au moyen d'une sonde à films



**Figure 4.8.** *Similarité des mouvements d'eau dans les déferlements plongeant et glissant.*

chauds, R.E. Flick, R.T. Guza et R.L. Inman /1981/ ont pu appréhender le niveau de vitesses turbulentes. Utilisant un canal bidimensionnel en laboratoire, T. Nakagawa /1983/ a mesuré, au moyen d'un vélocimètre tridimensionnel, le champ des vitesses dans un déferlement plongeant. Il a observé que, dans un déferlement plongeant, les composantes transversales de la vitesse sont aussi grandes que ses composantes verticales et horizontales.

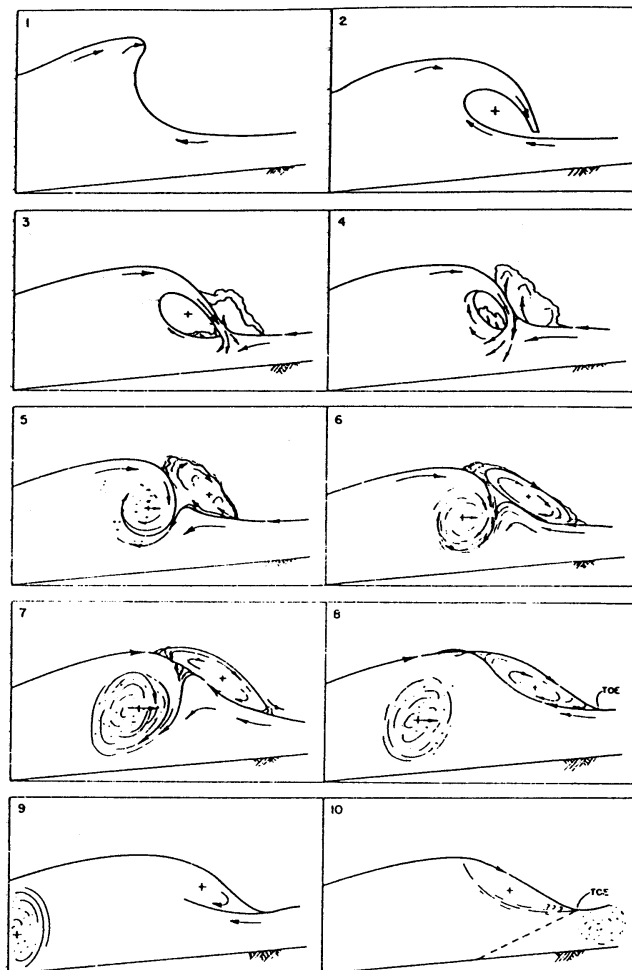
D.R. Basco /1985/ a grandement contribué à la détermination de la structure de l'écoulement dans un déferlement. Il a utilisé, pour visualiser les profils, une caméra qui se déplace à la vitesse de la propagation des lames. Les observations visuelles ont été réalisées dans un canal à houle de 0.60 mètre de largeur. La houle déferle d'une manière continue sur une plage artificielle de pente 1/34, et la position du point de déferlement varie très peu.

D.R. Basco /1985/ a résumé l'évolution d'un processus de déferlement par les étapes suivantes (figure 4.9) :

- 1) La houle commence à déferler.
- 2) Le jet plonge au dessus du creux qui se déplace en sens inverse.
- 3) Le jet plongeant heurte la surface libre ; c'est l'éclaboussement.
- 4) Le jet plongeant pénètre dans l'eau, sous le creux ; l'écoulement de l'eau qui revient en sens inverse détourne le jet submergé, à la fois vers l'aval et vers l'amont, par rapport à la direction de la houle , c'est le début du mouvement rotationnel (tourbillon).
- 5) L'eau piégée est comprimée par le mur d'eau verte, situé sous la crête, qui se déplace horizontalement avec formations de bulles d'air à l'intérieur de la masse d'eau.
- 6) La masse d'eau de l'éclaboussement retombe en formant à la surface un rouleau comparable à celui d'un ressaut hydraulique.
- 7) Le tourbillon issu du jet plongeant se déplace horizontalement en créant une onde de perturbation secondaire et fait augmenter la dimension ainsi que l'intensité du rouleau de surface.

- 8) La base du rouleau de surface glisse en descendant dans le creux de la vague qui revient en sens inverse pour arriver à une position d'équilibre ; le rouleau de surface se développe.
- 9) Le tourbillon issu du jet plongeant se déplace vers l'amont tandis que l'onde secondaire continue de se propager.
- 10) Le déferlement touche à sa fin quand le rouleau de surface atteint une position d'équilibre et quand le transfert horizontal du tourbillon issu du jet plongeant cesse de générer l'onde secondaire ; c'est là que commence la zone après le déferlement.

D.R. Basco /1985/ a souligné l'importance de l'onde de perturbation secondaire créée par le transfert du tourbillon issu du jet plongeant. En effet, le tourbillon en se déplaçant horizontalement, pousse les particules fluides situées dans la partie sous le creux et fait remonter la surface de l'eau. Ainsi une nouvelle onde de surface se forme. Elle devient dominante et se propage vers la plage avec son énergie cinétique propre. I.A. Svendsen /1984/ a défini la limite entre

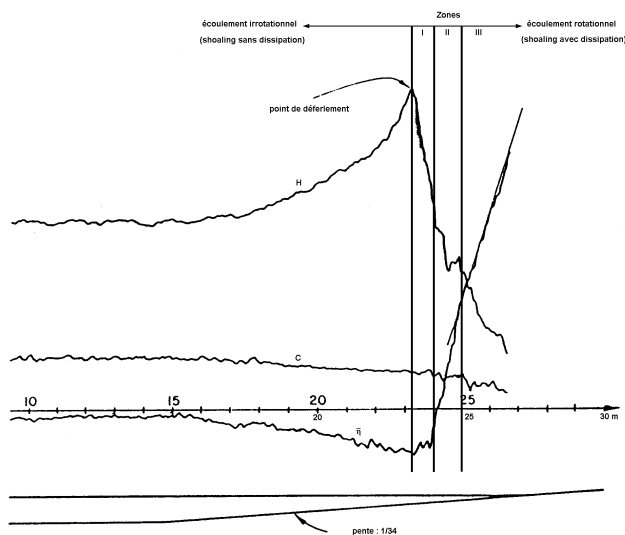


**Figure 4.9.** Les étapes successives d'un processus de déferlement. La numérotation correspond à l'ordre des étapes mentionnées dans le texte.

la zone de déferlement (zone I) et la zone des brisants (surf zone) (zone II) comme le point où la pente de la surface moyenne d'eau passe d'une valeur zéro (pente horizontale) à une valeur très élevée (figure 4.10). Dans la zone de déferlement qui commence juste après le point de

déferlement, la hauteur de la vague diminue rapidement. La théorie des contraintes de radiation n'est pas utilisable, mais le fait que le niveau d'eau reste quasi constant dans cette zone, peut servir d'élément de base pour passer d'une description qualitative à un outil quantitatif (D.R. Basco /1985/).

Par ailleurs, I.A. Svendsen /1984/ a estimé que seulement un tiers de l'énergie correspondant de la décroissance totale de la hauteur de la vague dans la zone de déferlement est réellement dissipée ; pour l'essentiel la décroissance des vagues est due à la redistribution de l'énergie. L'énergie potentielle est convertie en flux de quantité de mouvement qui se concentrent dans le tourbillon de surface. Pour d'obtenir une bonne simulation numérique du processus de déferlement, ce phénomène, qui est important, devra faire l'objet de recherches approfondies.



**Figure 4.10.** Profils de la hauteur crête à creux  $H$ , de la célérité  $C$  de la vague ainsi que du niveau moyen de la surface d'eau avant et après son déferlement. Les zones I, II et III correspondent à celles du déferlement, surf zone et zone d'ascension sur la plage. (d'après D.R. Basco /1985/)

#### 4.4. Conditions du déferlement

Pour localiser le point de déferlement, deux hypothèses sont émises :

- la vague déferlante est la plus haute possible,
- le déferlement survient quand la vitesse orbitale maximale des particules d'eau est égale à la célérité de la vague (limite des tensions superficielles).

Dans ces conditions, G.G. Stokes /1880/ a montré que la crête de la vague la plus haute présente un angle de  $120^\circ$ . Pour une vague en eau profonde, cette valeur angulaire correspond à une valeur théorique maximale de la cambrure ( $H_0/\lambda_0$ ) estimée par J.H. Michell /1893/ à 14% (1/7) :

$$\left[ \frac{H_0}{\lambda_0} \right]_{max} = 0.142 \quad (4.1)$$

où  $H_0$  est la hauteur crête à creux et  $\lambda_0$  la longueur d'onde de la vague. L'indice inférieur « 0 » indique que les valeurs correspondent à la zone en eau profonde.

En profondeur limitée, R. Miche /1951/ a proposé une expression de la cambrure maximale de la houle au déferlement qui dépend de la profondeur relative ( $h_B/\lambda_B$ ) :

$$\left[ \frac{H_B}{\lambda_B} \right]_{max} = 0.142 \operatorname{th} \left( 2\pi \frac{h_B}{\lambda_B} \right) \quad (4.2)$$

Depuis, d'autres auteurs ont proposé différentes formules faisant intervenir la profondeur relative et la pente de la plage ( $\operatorname{tg} \beta$ ). Ainsi, D.W. Ostendorf et O.S. Madsen /1979/ ont développé les formulations suivantes :

$$\begin{aligned} \left[ \frac{H_B}{\lambda_B} \right]_{max} &= 0.14 \operatorname{th} \left( (0.8 + 0.5 \operatorname{tg} \beta) 2\pi \frac{h_B}{\lambda_B} \right) \quad \operatorname{sitg} \beta < 0.1 \\ \left[ \frac{H_B}{\lambda_B} \right]_{max} &= 0.14 \operatorname{th} \left( 1.3 \times 2\pi \frac{h_B}{\lambda_B} \right) \quad \operatorname{sitg} \beta > 0.1 \end{aligned} \quad (4.3)$$

tandis que T. Sunamura /1983/ a proposé un critère empirique issu de la compilation de nombreux résultats expérimentaux :

$$\left[ \frac{H_B}{\lambda_B} \right]_{max} = 1.09 (\operatorname{tg} \beta)^{0.19} \left( \frac{h_B}{\lambda_0} \right)^{-0.1} \quad (4.4)$$

cette dernière formule donne des résultats similaires aux autres formules pour la profondeur intermédiaire. Elle s'en écarte sensiblement lorsque la profondeur devient soit trop faible, soit trop grande.

En très faible profondeur relative, la hauteur maximale des vagues déferlantes est contrôlée uniquement par la profondeur. La hauteur relative  $H_B/h_B$ , obtenu par le passage à la limite devient un critère pour localiser le point de déferlement. La formule de Miche conduit à la valeur limite de la hauteur relative :

$$\left[ \frac{H_B}{h_B} \right]_{max} = 0.892 \quad (4.5)$$

tandis que les formules d'Ostendorf et Madsen conduisent à la limite :

$$\begin{aligned} \left[ \frac{H_B}{\lambda_B} \right]_{max} &= 0.70 + 4.40 \operatorname{tg} \beta \quad \operatorname{sitg} \beta < 0.1 \\ \left[ \frac{H_B}{\lambda_B} \right]_{max} &= 1.14 \quad \operatorname{sitg} \beta > 0.1 \end{aligned} \quad (4.6)$$

Ces résultats sont à comparés à la formulation théorique obtenue par J. McCowan /1894/ pour le modèle de l'onde solitaire :

$$\left[ \frac{\eta_B}{h_B} \right]_{max} = 0.78 \quad (4.7)$$



expression dans laquelle  $\eta_B$  désigne la hauteur de la vague par rapport au niveau d'eau au repos (Still Water Level) et  $h_B$  est la profondeur par rapport à cette même référence.

A noter que cette valeur limite correspondrait, dans la formule de Miche, à une cambrure maximale de 12.4% en grande profondeur.

Après avoir réalisé de nombreuses observations, D.A. Patrick et R.L. Wiegel /1954/ et de H.W. Iversen /1953/ ont montré que les types de déferlement sont fonction de la pente de la plage et de la cambrure des vagues en eau profonde. D.A. Patrick et R.L. Wiegel ont donc suggéré de classer les types de déferlement en fonction d'un paramètre qui tient compte de la pente de la plage  $\text{tg } \beta$ , de la hauteur des vagues ( $H_B$  au point de déferlement,  $H_0$  en eau profonde) et de la période  $T$ .

Les conditions de déferlement sont ainsi estimées à partir du paramètre d'Iribaren-Battjes défini comme le rapport de la pente de la plage et la racine carrée de la cambrure de la houle :

$$\xi_0 = \frac{\text{tg } \beta}{\sqrt{H_0/\lambda_0}} \quad \text{et} \quad \xi_B = \frac{\text{tg } \beta}{\sqrt{H_B/\lambda_0}} \quad (4.8)$$

Le paramètre  $\xi_0$  est le paramètre initial en eau profonde, et le paramètre  $\xi_B$  est le paramètre au point de déferlement. Pour les plages dont la pente est comprise entre 5% et 20%, les différents types de déferlement ont été caractérisés par C.J. Galvin /1968/ en fonction des intervalles de valeurs de ces paramètres (voir tableau 4.1).

Type de déferlement	Paramètre initial en eau profonde	Paramètre au point de déferlement
déferlement glissant	$\xi_0 < 0.5$	$\xi_B < 0.4$
déferlement plongeant	$0.5 < \xi_0 < 3.3$	$0.4 < \xi_B < 2.0$
déferlement à effondrement	$\xi_0 = 3.3$	$\xi_B = 2.0$
déferlement frontal	$3.3 < \xi_0$	$2.0 < \xi_B < 4.0$
pas de déferlement		$4.0 < \xi_B$

**Tableau 4.1.** Valeurs de transition entre les types de déferlements d'après C.J. Galvin /1968/.

Le critère de déferlement de J.A. Battjes /1974/ s'écrit alors en fonction de la hauteur de la houle et de la profondeur moyenne au point de déferlement :

$$H_B = \gamma(\bar{\eta} + h)_B \quad (4.9)$$

expression dans laquelle le coefficient  $\gamma$  prend, en fonction de  $\xi_0$ , une valeur allant de 0.7 à 1.2. D'après les résultats d'expériences rassemblés par C.C. Mei,  $\gamma$  peut se mettre sous la forme :

$$\gamma = 1.1\xi_0^{0.2} = 1.1(\text{tg } \beta)^{0.2} \left[ \frac{H_0}{\lambda_0} \right]^{-0.1} \quad (4.10)$$

expression qui ressemble à celle de T. Sunamura 4.4.

A noter que S.R. Singamsetti et H.G. Wind /1980/ ont également procédé à un ajustement de courbe et ont proposé un coefficient de 1.16 et un exposant de 0.22.

Différents auteurs se sont attachés à définir une relation entre la hauteur de la houle au point de déferlement et la hauteur au large. P.D. Komar et M.K. Gaughan /1973/ ont proposé l'expression :

$$\frac{H_B}{H_0} = 0.563 \left[ \frac{H_0}{\lambda_0} \right]^{-0.2} \quad (4.11)$$

tandis que B. Le Méhauté et R.C.T. Koh /1967/ ont développé la relation :

$$\frac{H_B}{H_0} = 0.76(\text{tg } \beta)^{1/7} \left[ \frac{H_0}{\lambda_0} \right]^{-0.25} \quad (4.12)$$

et T. Sunamura /1983/ la relation :

$$\frac{H_B}{H_0} = (\text{tg } \beta)^{0.2} \left[ \frac{H_0}{\lambda_0} \right]^{-0.25} \quad (4.13)$$

Dans ces conditions, en fusionnant l'expression 4.9 et les expressions 4.11, 4.12 ou 4.13, la profondeur à laquelle survient le déferlement peut s'écrire en fonction des seules caractéristiques de la houle en grande profondeur et de la pente de la plage :

$$H_B = \gamma(\bar{\eta} + h)_B = 0.51H_0(\text{tg } \beta)^{-0.200} \left[ \frac{H_0}{\lambda_0} \right]^{-0.20} \quad (\text{Komar et Gaughan}) \quad (4.14)$$

$$H_B = \gamma(\bar{\eta} + h)_B = 0.69H_0(\text{tg } \beta)^{-0.057} \left[ \frac{H_0}{\lambda_0} \right]^{-0.15} \quad (\text{Le Méhauté et Koh}) \quad (4.15)$$

$$H_B = \gamma(\bar{\eta} + h)_B = 0.91H_0 \left[ \frac{H_0}{\lambda_0} \right]^{-0.15} \quad (\text{Sunamura}) \quad (4.16)$$

#### 4.5. Hauteur de la houle dans la zone de déferlement

Le déferlement peut être assimilé à un ressaut hydraulique dont la dissipation d'énergie est égale à :

$$D = \frac{A\rho gCh(d_1 - d_0)^3}{4d_0d_1} \quad (4.17)$$

où  $C$  est la célérité de l'onde. La hauteur du ressaut ( $d_1 - d_0$ ) est assimilée à la hauteur de la houle  $H$ , et le terme  $d_1d_0$  au carré de la profondeur. La dissipation par unité de longueur est obtenue en divisant cette expression par la longueur d'onde d'où :

$$\frac{D}{\lambda} = \frac{A\rho gH^3}{4(\bar{\eta} + h)T} \quad (4.18)$$

En égalant ce terme de dissipation à la variation du flux d'énergie qui s'écrit pour les faibles profondeurs :

$$E = \frac{1}{8}\rho gH^2\sqrt{g(\bar{\eta} + h)} \quad (4.19)$$

il vient :

$$\frac{dH}{dx} + \frac{H}{4(\bar{\eta} + h)} \frac{d(\bar{\eta} + h)}{dx} + A \sqrt{\frac{\bar{\eta} + h}{gT^2}} \left[ \frac{\bar{H}}{\bar{\eta} + h} \right]^2 = 0 \quad (4.20)$$

Expression dans laquelle  $A$  est un coefficient proche de l'unité qui est souvent pris égal à 1.3 suivant les tests réalisés par M.J.F. Stive /1983/.

De manière plus simple, la surélévation moyenne peut être estimée, à priori, d'après la formule de M.S. Longuet-Higgins en houle frontale :

$$\begin{aligned} \frac{dS_{xx}}{dx} + \rho g(\bar{\eta} + h) \frac{d\bar{\eta}}{dx} &= \frac{d}{dx} \left[ \frac{3}{16} \rho g H^2 \right] + \rho g(\bar{\eta} + h) \frac{d\bar{\eta}}{dx} \\ \frac{3}{16} H \frac{dH}{dx} + (\bar{\eta} + h) \frac{d\bar{\eta}}{dx} &= 0 \end{aligned} \quad (4.21)$$

D'où, en désignant par  $k$  le nombre d'onde et en négligeant  $\bar{\eta}$  devant  $h$ , la dépression avant le point de déferlement (set-down) :

$$\bar{\eta} = -\frac{kH^2}{8\text{sh } 2kh} \approx -\frac{H^2}{16h} \quad (4.22)$$

avec, au point de déferlement :

$$\bar{\eta}_B = -0.05H_B \quad (4.23)$$

Et la surélévation maximale sur le trait de côte (set-up) :

$$\bar{\eta} = \bar{\eta}_B + \frac{3}{8} \gamma (H_B - H) \approx 0.3H_B \quad (4.24)$$

Enfin, O.H. Andersen et J. Fredsøe /1983/ ont proposé la relation empirique 4.25 pour exprimer la variation de la hauteur de la houle après le déferlement.

$$H = (\bar{\eta} + h) \left[ 0.5 + 0.3 \exp \left( -0.11 \frac{x - x_B}{(\bar{\eta} + h)_B} \right) \right] \quad (4.25)$$

expression dans laquelle le terme  $x - x_B$  désigne la distance du point considéré au point de déferlement.

K. Horikawa /1988/ a montré que les formules précédentes ne peuvent fournir des résultats convenables dans les cas de topographies complexes. Plusieurs modèles de la propagation de houle dans la zone proche de la plage ont été proposés (M. Mizuguchi /1980/, W.R. Dally, R.G. Dean and R.A. Dalrymple /1984/, I.A. Svendsen /1984/) dans lesquels un terme de dissipation d'énergie est incorporé dans l'équation monodimensionnelle de la conservation d'énergie de la houle. Ces modèles ne sont pas applicables aux cas complexes des houles tridimensionnelles avec les phénomènes de réfraction et de diffraction simultanés.

Pour résoudre les problèmes plus complexes, K. Horikawa /1988/ a proposé le système d'équations bidimensionnelles suivant pour décrire la propagation de houle :

$$\begin{aligned}\frac{\partial Q_x}{\partial t} + C^2 \frac{\partial \eta}{\partial x} &= 0 \\ \frac{\partial Q_y}{\partial t} + C^2 \frac{\partial \eta}{\partial y} &= 0 \\ \frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_y}{\partial y} &= 0\end{aligned}\quad (4.26)$$

expressions dans lesquelles  $Q_x$  et  $Q_y$  désignent respectivement les composantes du flux d'eau dans la direction  $x$  et  $y$ ,  $C$  la célérité de la houle et  $\eta$  la dénivelée de la surface libre.

Ce système d'équation est résolu pour la zone étudiée, en supposant que la solution  $\eta$ ,  $Q_x$ ,  $Q_y$  est exprimée en fonctions des amplitudes  $\hat{\eta}$ ,  $\hat{Q}_x$ ,  $\hat{Q}_y$  :

$$\begin{aligned}\eta &= \hat{\eta} \sin (\omega t + \varepsilon_\eta) \\ Q_x &= \hat{Q}_x \sin (\omega t + \varepsilon_x) \\ Q_y &= \hat{Q}_y \sin (\omega t + \varepsilon_y)\end{aligned}\quad (4.27)$$

La vitesse orbitale maximale correspondant à une valeur de  $\eta$  maximale au niveau de la crête, est déterminée par :

$$\begin{aligned}u_c &= kch \, kh \hat{Q}_x \cos (\varepsilon_x - \varepsilon_\eta) \\ v_c &= kch \, kh \hat{Q}_y \cos (\varepsilon_y - \varepsilon_\eta) \\ u_{c0} &= \sqrt{u_c^2 + v_c^2} \quad ; \quad \alpha_c = \arctg \frac{v_c}{u_c}\end{aligned}\quad (4.28)$$

En évaluant à chaque point de la zone étudiée, le rapport  $u_{c0}/C'$  ou  $C' = \omega/k$  est la vitesse de propagation de la houle, et en le comparant avec la valeur critique  $u_{B0}/C_B$  correspondant au point de déferlement, il est possible de localiser la ligne de déferlement. Le rapport  $u_{B0}/C_B$  critique est donné graphiquement en fonction de la cambrure par K. Horikawa /1988/.

#### 4.6. Run-up

Le franchissement frontal d'un talus est caractérisé par la hauteur au-dessus du niveau d'eau moyen que peut atteindre l'eau des vagues qui se brisent sur la côte.

L'étude de cette hauteur, appelée run-up et notée  $R_u$  s'effectue à partir du paramètre adimensionnel  $R_u/H$  qui est fonction du nombre d'Iribaren-Battjes  $\xi_0$ . Les études menées par R. Miche /1951/ ont permis d'établir une expression théorique du run-up sur un talus de pente régulière :

$$\frac{R_u}{H_0} = \sqrt{\frac{\pi}{2\beta}}\quad (4.29)$$

Pour les houles non linéaires, B. Le Méhauté, R.C.Y. Koh et L.S. Hwang /1968/ ont obtenu une expression théorique plus complexe à utiliser :

$$\frac{R_u}{H_0} = \sqrt{\frac{\pi}{2\beta}} + \pi \frac{H_0}{\lambda_0} - \Delta \quad (4.30)$$

expression dans laquelle  $\Delta$  représente la dissipation d'énergie engendrée par le déferlement et le frottement sur le fond.

I.A. Hunt /1959/ a proposé la relation empirique :

$$\frac{R_u}{H_0} = \xi_0 \quad (4.31)$$

Différents travaux expérimentaux, réalisés en particulier au LNH (EDF), ont permis d'établir, pour les houles régulières, la loi empirique suivante :

$$\frac{R_u}{H_0} = 0.67 \xi_0^{0.51} \quad (4.32)$$

D'après les travaux réalisés par J.P. Ahrens /1981/ et préconisée par le CERC<sup>1</sup> et par EDF, dans le cas d'une houle irrégulière, le risque de franchissement frontal d'un talus peut être évalué à partir de l'expression :

$$\frac{R_u(p)}{H_0} = 0.67 \left[ \frac{\text{tg } \beta}{\sqrt{2\pi H_s / g T_p^2}} \right]^{0.51} \sqrt{\frac{\ln p}{2}} \quad (4.33)$$

dans laquelle les différents symboles désignent respectivement :

- $p = \text{Prob}[R_u > R_u(p)]$  : la probabilité que  $R_u$  soit supérieur à  $R_u(p)$ ,
- $R_u$  (m) : la hauteur au-dessus de la surface libre atteinte par l'eau,
- $H_s$  (m) : la hauteur significative de la houle,
- $\text{tg } \beta$  : la pente du talus,
- $T_s$  (s) : la période significative de la houle.
- $T_p \approx 1.05 T_s$  (s) : la période de pic du spectre de la houle d'après Goda.

Soit en introduisant la période significative de la houle :

$$\frac{R_u(p)}{H_s} = 0.67 \left[ \frac{\text{tg } \beta}{\sqrt{H_s / 1.72 T_s^2}} \right]^{0.51} \sqrt{\frac{\ln p}{2}} \quad (4.34)$$

\*  
\* \*



## Chapitre 5

# Caractérisation des états de mer

### 5.1. Introduction

Apprendre à connaître les vagues ne se fait vraiment bien qu'au large, à partir d'une série d'observations de différents états de mer.

Par calme plat, une houle longue, formée de trains d'ondes dont les lames individuelles ont des périodes et des directions qui varient très peu autour de leurs valeurs moyennes, est souvent observée.

Lorsqu'un vent souffle avec une force donnée, sur un fetch illimité, la mer paraît atteindre un état limite après une période qui se compte en heures et croît avec la vitesse du vent ; la mer est alors formée.

Parmi les informations régulièrement fournies aux différents services météorologiques, sont contenues trois rubriques qui décrivent brièvement l'état de mer observé :

- 1) La hauteur significative  $H_s$  ou  $\overline{H}_{1/3}$ . Elle est définie comme la moyenne des hauteurs crêtes à creux du tiers des plus grandes lames du train de lames considéré.
- 2) La période significative  $T_s$  ou  $\overline{T}_{1/3}$  associée à cette hauteur. Elle est définie comme la période moyenne des lames prises en compte pour l'évaluation de la hauteur significative. On lui préfère de plus en plus souvent la période de pic du spectre  $T_p$  qui correspond au maximum de l'énergie spectrale.
- 3) La direction moyenne de propagation du train de lames.

C'est donc à partir de ces éléments, et des caractéristiques du vent que sont définis les états de mer.

### 5.2. Définitions de la hauteur

La première tâche à réaliser consiste à définir clairement les concepts qui seront utilisés pour caractériser les états de mer. Nous nous appuyerons pour cela sur les travaux de normalisation de l'Association Internationale de Recherches Hydrauliques (AIRH) et de l'Association Internationale Permanente des Congrès de Navigation (AIPCN 1986 [AIR 86]).

Nous désignerons respectivement par  $A_C$  et par  $A_T$  la cote maximale de la crête et la profondeur maximale du creux situées entre deux zéros successifs par rapport au niveau moyen. Ainsi définies, ces deux grandeurs sont essentiellement positives.

Soit  $\eta(M; t)$  la dénivelée de la surface libre à l'instant  $t$  en un point  $M$  donné de l'espace. La hauteur  $H$  d'une vague est définie comme la hauteur qui sépare une crête et un creux situés entre deux passages consécutifs par le niveau moyen par valeurs décroissantes « zero downcrossing wave period » (voir figure 5.1). C'est donc la somme de l'amplitude  $A_T$  et de l'amplitude  $A_C$  suivante. Une vague est ainsi définie comme l'ensemble d'une crête et du creux immédiatement précédant.

Les organismes internationaux recommandent donc d'appeler la hauteur ainsi définie « zero downcrossing wave height » en cohérence avec la définition de la période qui sépare deux passages par zéro par valeurs décroissantes. C'est cette appellation normalisée que nous avons adoptée ici. Toutefois, comme l'essentiel de la littérature spécialisée est écrite en langue an-

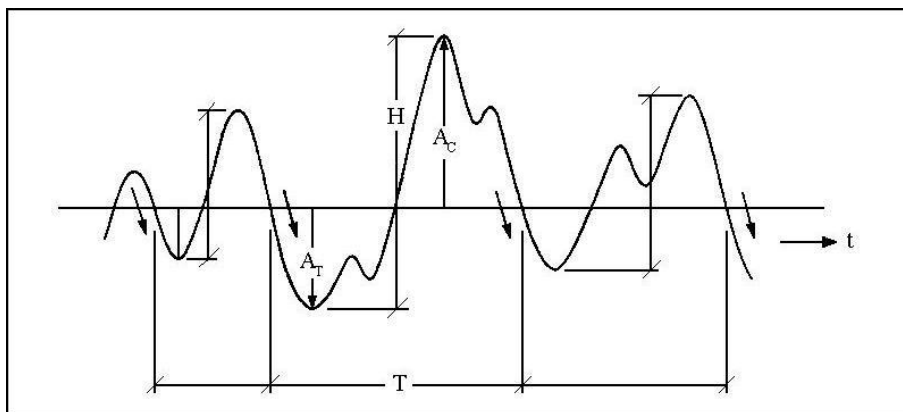


Figure 5.1. Définition des hauteurs de lames d'après l'AIPCN

glaise, le lecteur qui voudra s'y reporter doit savoir que le vocabulaire le plus fréquemment utilisé présente une source d'ambiguïté. Afin d'éviter toute confusion possible, nous devons donc signaler ici que, s'agissant de la hauteur entre un creux et la crête qui le suit immédiatement, la vague passe par le niveau moyen ( $\eta(M; t) = 0$ ) par valeurs croissantes ( $\dot{\eta}(M; t) > 0$ ) et la tradition anglo-saxonne conserve assez systématiquement l'appellation « zero upcrossing wave height ». Par contre les appellations relatives aux périodes recouvrent les mêmes notions pour tout le monde.

### 5.3. Classification des états de mer

Depuis le XIX<sup>e</sup> siècle, différents hommes de mer se sont efforcés de décrire les états de mer et d'en rattacher les paramètres statistiques à des phénomènes visuels caractéristiques. Nous avons rassemblé ici les paramètres des états de mer complètement formés représentatifs des mers ouvertes et profondes. Les échelles décrites sont essentiellement caractéristiques de l'Atlantique Nord, océan qui a été parcouru sans relâche par les navires européens du XVIII<sup>e</sup> puis du XIX<sup>e</sup> siècle avant d'être massivement partagé au XX<sup>e</sup> siècle avec les navires américains.

#### 5.3.1. Echelle anémométrique de Beaufort

La première échelle de la force du vent a été établie en 1806 par l'amiral britannique Sir Francis Beaufort (1774-1857). Elle était destinée à déduire de l'état de la mer la force estimée du vent, et d'en déduire la voilure qu'il était conseillé aux navires de porter.



Elle fût testée à partir de 1831 puis utilisée officiellement dans la Royal Navy après 1838. La conférence de météorologie maritime de 1874 a recommandé la généralisation de son emploi. Il a cependant fallu attendre 1921 pour qu'elle soit normalisée et 1926 pour qu'elle soit reconnue et adoptée sur le plan international. Sa forme actuelle date de 1946.

<i>B</i>	Terme descriptif	$V_{10}$ m/s	$H_s$ m	Spécification au large
0	Calme	0.0-0.2	-	La mer est comme un miroir
1	Très légère brise	0.3-1.5	0.1	Rides sans écume
2	Légère brise	1.6-3.3	0.2(0.3)	Vaguelettes non déferlantes
3	Petite brise	3.4-5.4	0.6(1.0)	Petites vagues, moutons épars
4	Jolie brise	5.5-7.9	1.0(1.5)	Petites vagues, nombreux moutons
5	Bonne brise	8.0-10.7	2.0(2.5)	Vagues modérées, nombreux moutons
6	Vent frais	10.8-13.8	3.0(4.0)	Lames à crêtes d'écume, embruns
7	Grand frais	13.9-17.1	4.0(5.5)	La mer grossit, l'écume soufflée
8	Coup de vent	17.2-20.7	5.5(7.5)	Lames moyennes, traînées d'écume
9	Fort coup de vent	20.8-24.4	7.0(10.0)	Grosses lames, visibilité réduite
10	Tempête	24.5-28.4	9.0(12.5)	Très grosses lames, visibilité réduite
11	Violente tempête	28.5-32.6	11.5(16.0)	Lames exceptionnelles, mer couverte d'écume
12	Ouragan	>32.7	14.0(-)	Mer entièrement blanche, visibilité très réduite

Les hauteurs données sont les plus probables. Les hauteurs maximales sont indiquées entre parenthèses.

**Tableau 5.1.** Echelle de Beaufort de 1946

A partir de la description visuelle de l'état de la mer, l'échelle Beaufort permet de déduire la vitesse estimée du vent à 10 m au-dessus de la surface libre. Le tableau 5.1 donne les descriptions, les vitesses de vent et les spécifications au large des degrés de l'échelle Beaufort. La borne maximale de la vitesse du vent est reliée au degré Beaufort  $B$  correspondant par l'équation 5.1 avec une erreur absolue inférieure à 0.1 m/s.

$$V_{10} \simeq 0.835(B + 0.5)^{3/2} \text{ m/s} \simeq 3(B + 0.5)^{3/2} \text{ km/h} \quad (5.1)$$

S'agissant d'une corrélation entre la vitesse du vent et l'état de mer stationnaire qui en résulte, cette vitesse est nécessairement une valeur moyenne sur une durée caractéristique de l'établissement de l'état de mer, c'est-à-dire de l'ordre de quelques dizaines de minutes. Il est donc habituel d'utiliser les données de vents trihoraires caractérisées par l'enregistrement de la vitesse moyenne et de la direction moyenne du vent pendant les dix dernières minutes des heures synoptiques (00, 03, 06, 09, 12, 15, 18 et 21 heures TU).

### 5.3.2. Echelle de Douglas

Dans sa version initiale, l'échelle anémométrique de Beaufort n'était pas rattachée à une définition chiffrée de l'état de mer en termes de hauteur de vagues. Afin de combler cette lacune, l'amiral anglais, Sir Percy Douglas de la Royal Navy, a proposé en 1917 l'utilisation d'une échelle caractéristique des hauteurs des lames des états de mer. Le tableau 5.2 présente cette échelle d'états de mer.

Rappelons que si la notion de hauteur significative  $H_s$  n'existait pas à cette époque, elle est toutefois très proche de la notion de hauteur observée ou hauteur visuelle  $H_v$ . L'utilisation

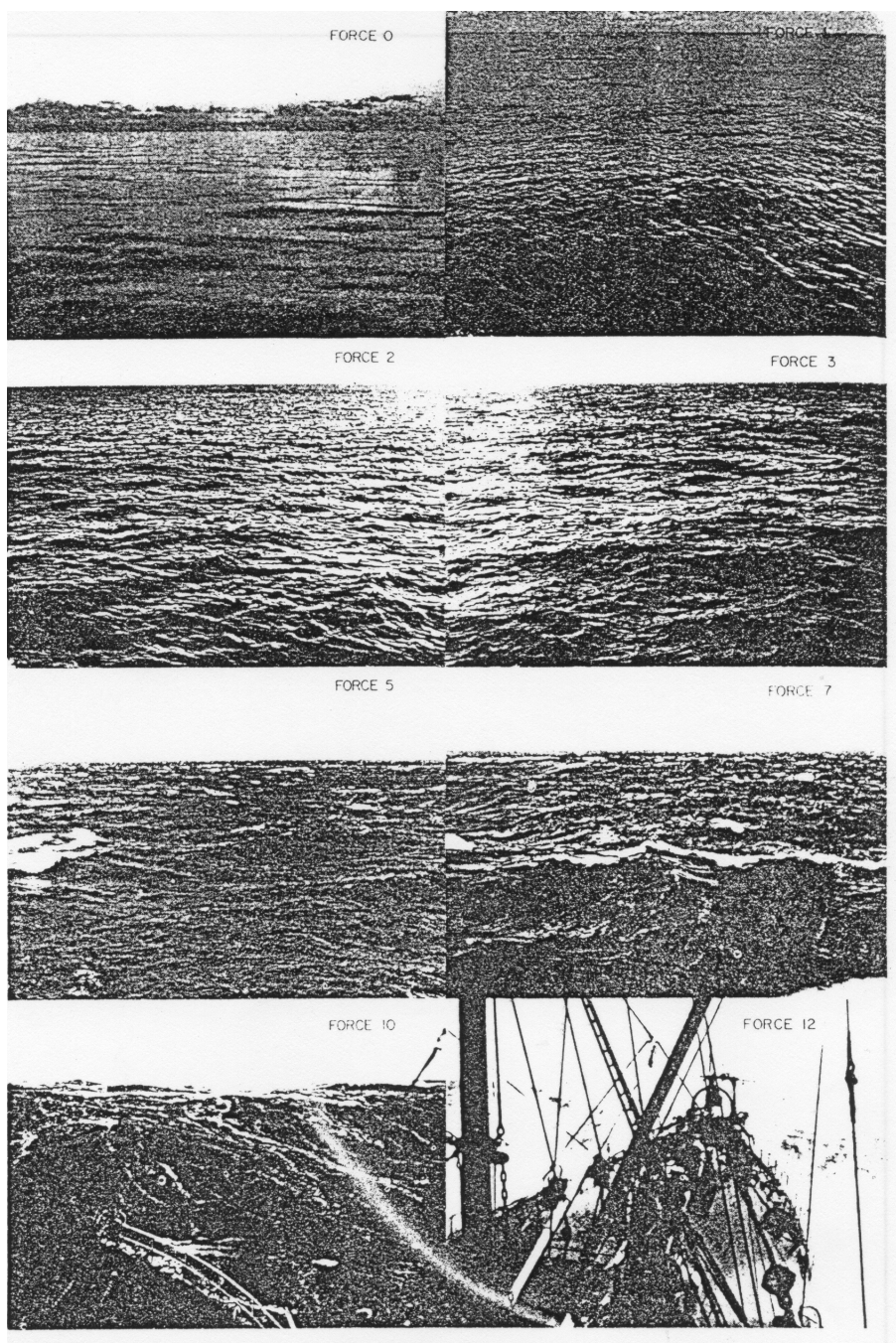


Figure 5.2. Différents états de mer selon l'échelle Beaufort.

internationale de l'échelle de Douglas a été recommandée par la conférence internationale de Copenhague de 1929.

### 5.3.3. Echelle de Douglas modifiée par l'OTAN

Pour donner des bases communes à l'ensemble des marines occidentales, depuis la dernière guerre mondiale, l'OTAN a défini des valeurs caractéristiques des états de mer susceptibles de

<i>D</i>	<i>H<sub>s</sub></i> feet*	<i>H<sub>s</sub></i> m
0	-	-
1	0 - 1	0.00 - 0.30
2	1 - 3	0.30 - 0.91
3	3 - 5	0.91 - 1.52
4	5 - 8	1.52 - 2.44
5	8 - 12	2.44 - 3.66
6	12 - 20	3.66 - 6.10
7	20 - 40	6.10 - 12.2
8	> 40	> 12.2

\* 1 pied = 0.3048 m.

**Tableau 5.2.** Echelle de Douglas de 1917

régner sur l'Atlantique Nord. Les échelles de Beaufort et de Douglas ont évidemment servi de base à cette définition. Le tableau 5.3 rassemble ces données de l'échelle organisée par l'OTAN qui constitue le Code S.

<i>S</i>	Description	<i>V</i> <sub>19.5</sub> * nœuds	<i>H<sub>s</sub></i> * m	<i>T<sub>p</sub></i> * s	Probabilité %
0	Calme, sans rides	-	-	-	<0.05
1	Calme, rides	0-0.5-6	0.00-0.05-0.10	-	0.10
2	Belle, vaguelettes	7-3.5-10	0.10-0.30-0.50	3.3-7.5-12.8	7.20
3	Peu agitée	11-8.5-16	0.50-0.88-1.25	5.0-7.5-14.8	22.4
4	Agité	17-19-21	1.25-1.88-2.50	6.1-8.8-15.2	28.7
5	Forte	22-24.5-27	2.50-3.25-4.00	8.3-9.7-15.5	15.5
6	Très forte	28-37.5-47	4.00-5.00-6.00	9.8-12.4-16.2	18.7
7	Grosse	48-51.5-55	6.00-7.50-9.00	11.8-15.0-18.5	6.10
8	Très grosse	56-59.5-63	9.00-11.5-14.0	14.2-16.4-18.6	1.20
9	Enorme	>63	>14.0	15.7-20.0-23.7	<0.05

\* Les trois valeurs au 5<sup>e</sup> centile, à la valeur la plus probable (modal period) et au 95<sup>e</sup> centile pour l'Atlantique Nord. 1 nœud = 0.514 m/s.

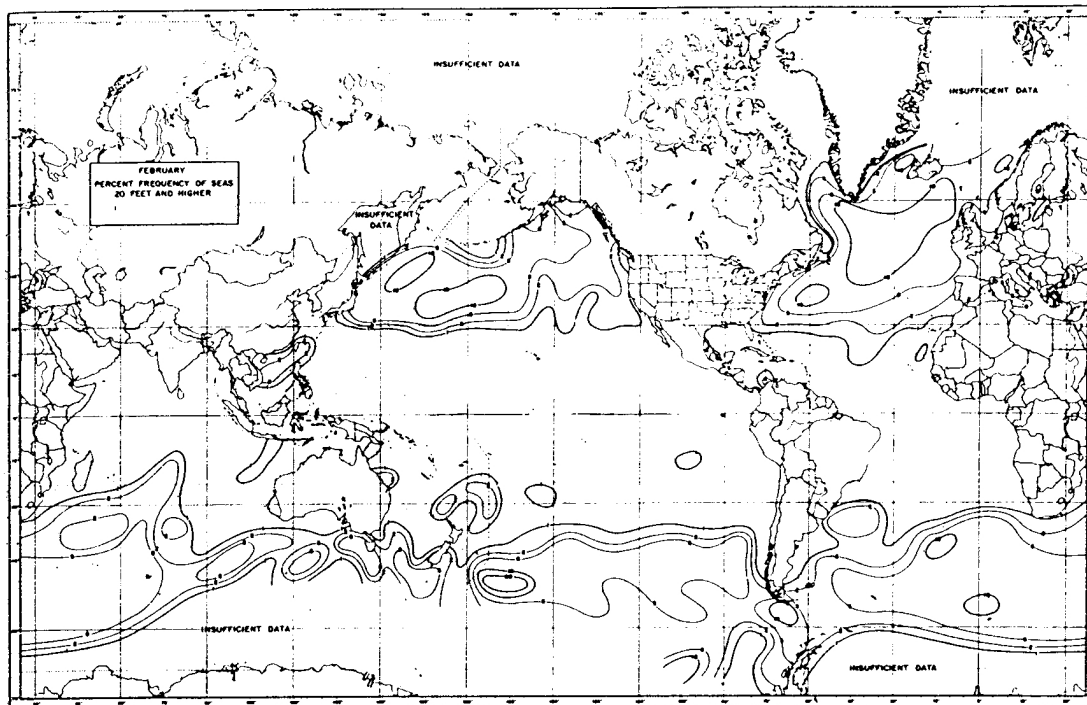
**Tableau 5.3.** Echelle de l'OTAN - Code S

#### 5.4. Etats de mer par zones géographiques

Les données visuelles ou mesurées par les stations et navires météorologiques, les navires, les bouées, les satellites, etc. concernant les états de mer et leur probabilité d'apparition ont été recensées et publiées par différents organismes dans des livres, des tables ou bases de données sur cédéroms.

Elles indiquent la probabilité d'occurrence des couples : hauteur-période par secteurs d'incidence. Elles sont organisées par zones géographiques supposées homogènes, à l'année ou par saisons, et présentées sous forme de corrélogrammes à long terme. Le recueil de données « Global Wave Statistics » de N. Hogben *et al.* ([HOG 86]) publié par la British Maritime Technology (BMT) en est un bon exemple. Des données plus fines peuvent désormais être obtenues par l'analyse des mesures satellitales (Geosat (NOAA), Topex-Poseidon (CNES), ERS1

(ESA), ERS2 (ESA), Geosat Follow-one (NOAA), Jason (CNES), Envisat (ESA)) qui sont suffisamment nombreuses pour permettre d'établir des statistiques fiables, y compris en termes de secteur d'incidence.



(a)

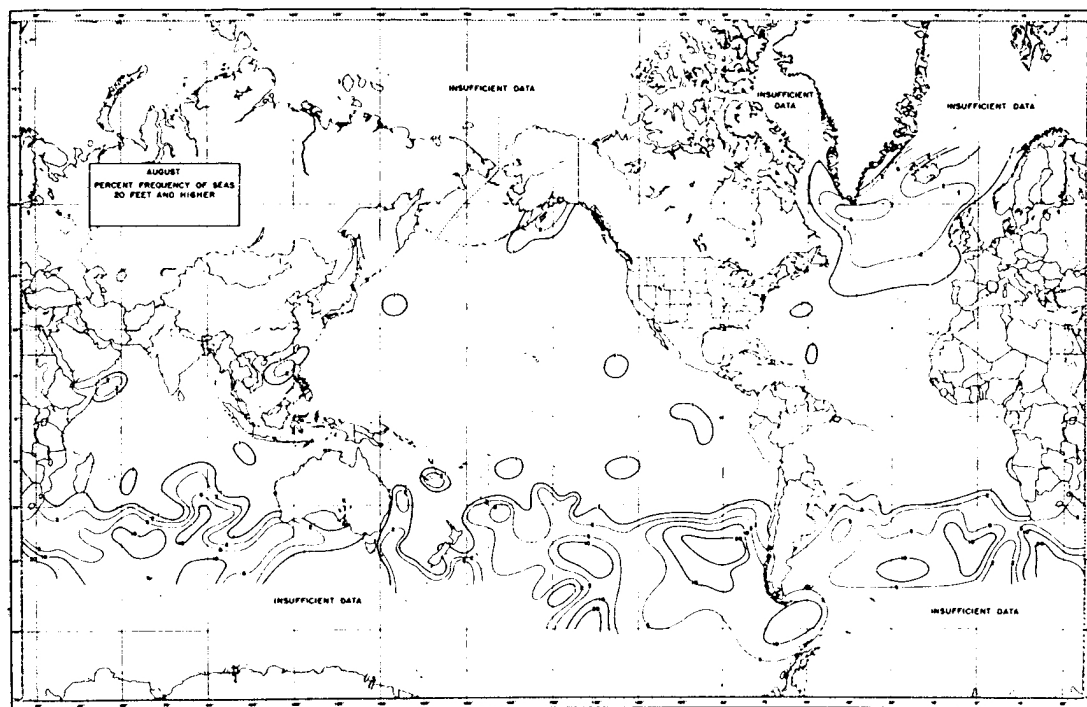


Figure 5.3. Répartition géographique mondiale des probabilités de différents états de mer.

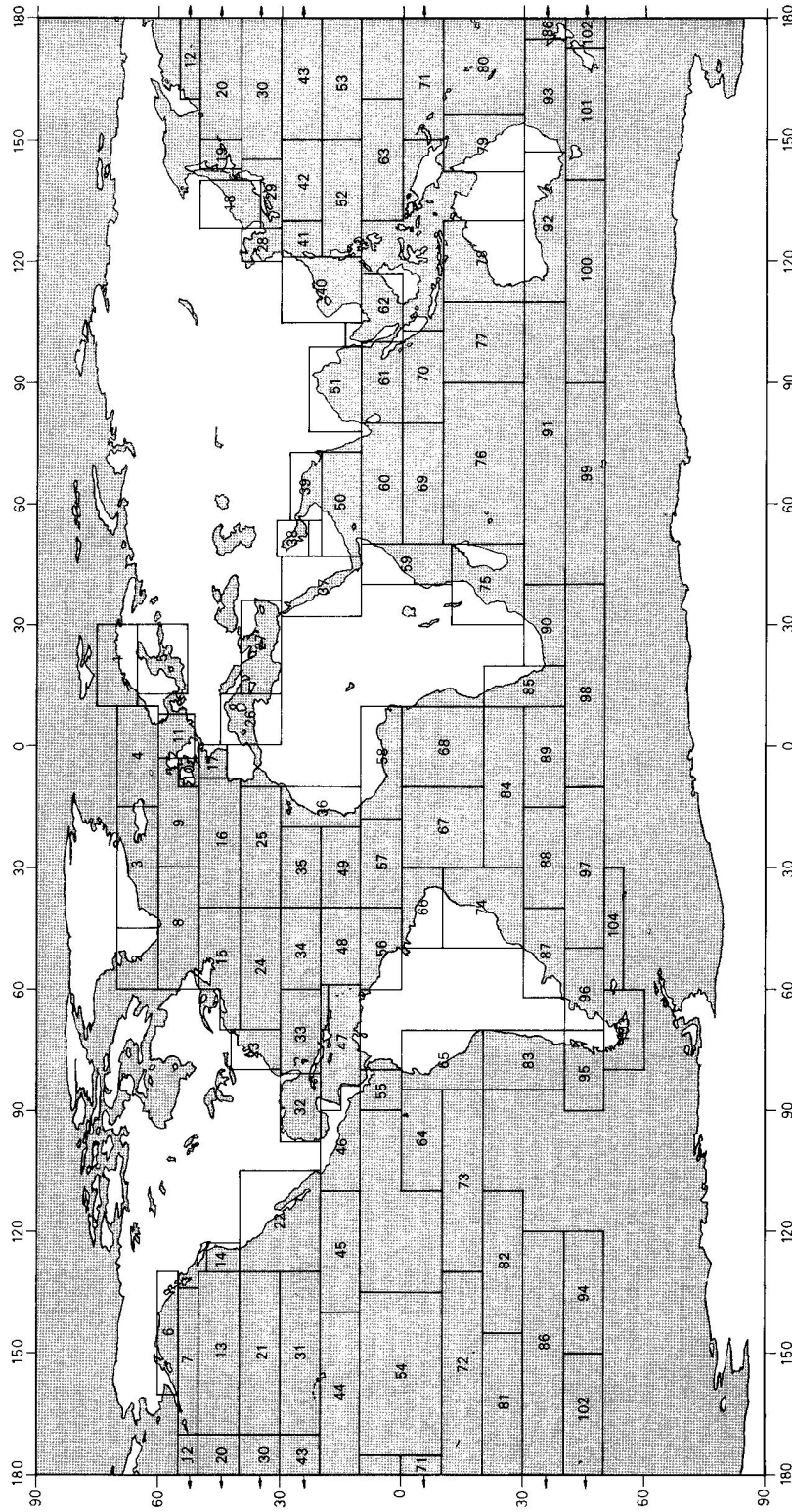


Figure 5.4. Découpage géographique des mers et océans pour la description des différents états de mer.

AREA 17

ANNUAL

TOTAL NO. OF OBS. WIND/WAVE  
ALL WIND = 140308  
= 773172

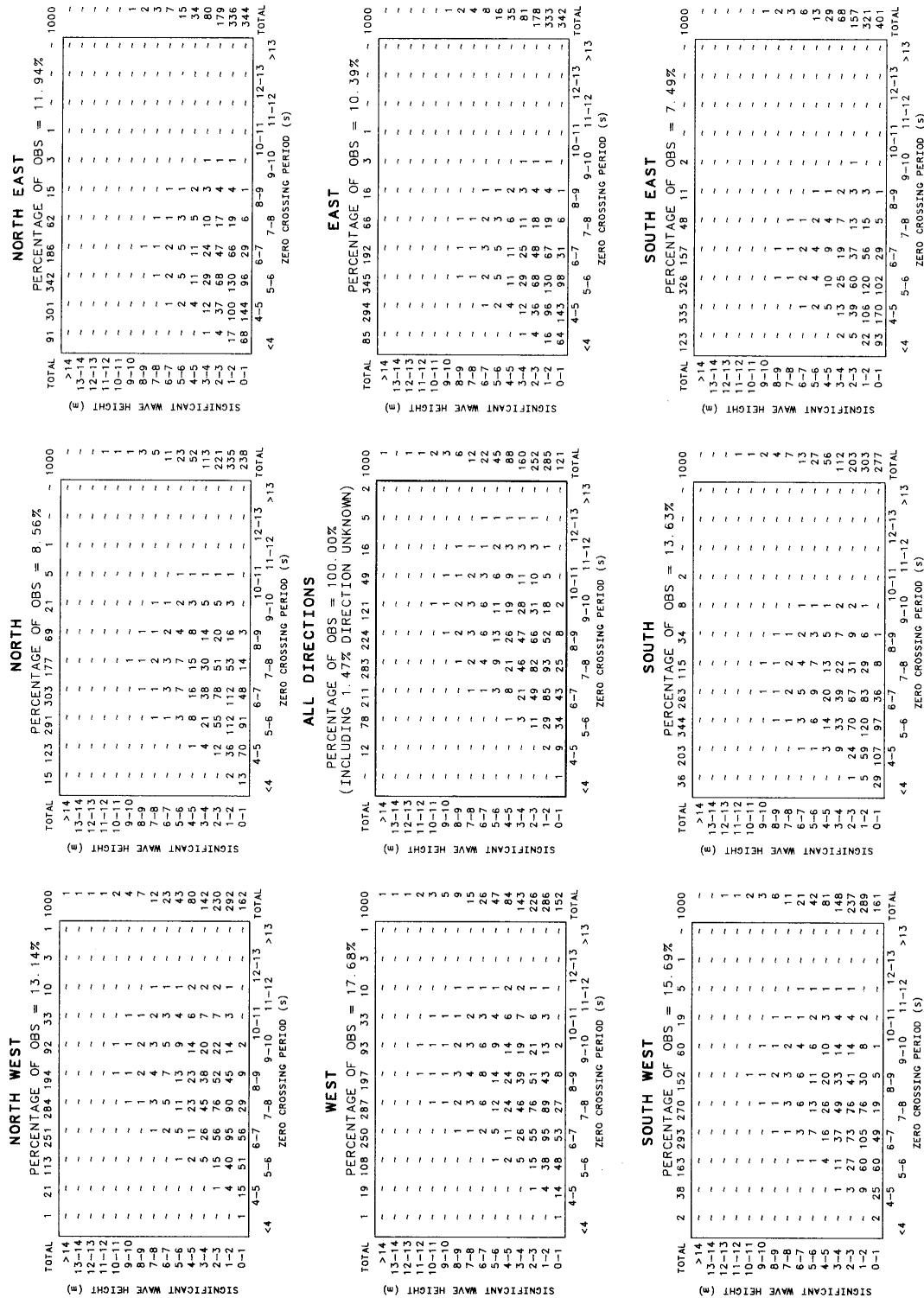


Figure 5.5. Répartition annuelle des différents états de mer pour le Golfe de Gascogne.

TABULATED PROBABILITIES ARE IN PARTS PER THOUSAND OF THE POPULATION IN EACH TABLE

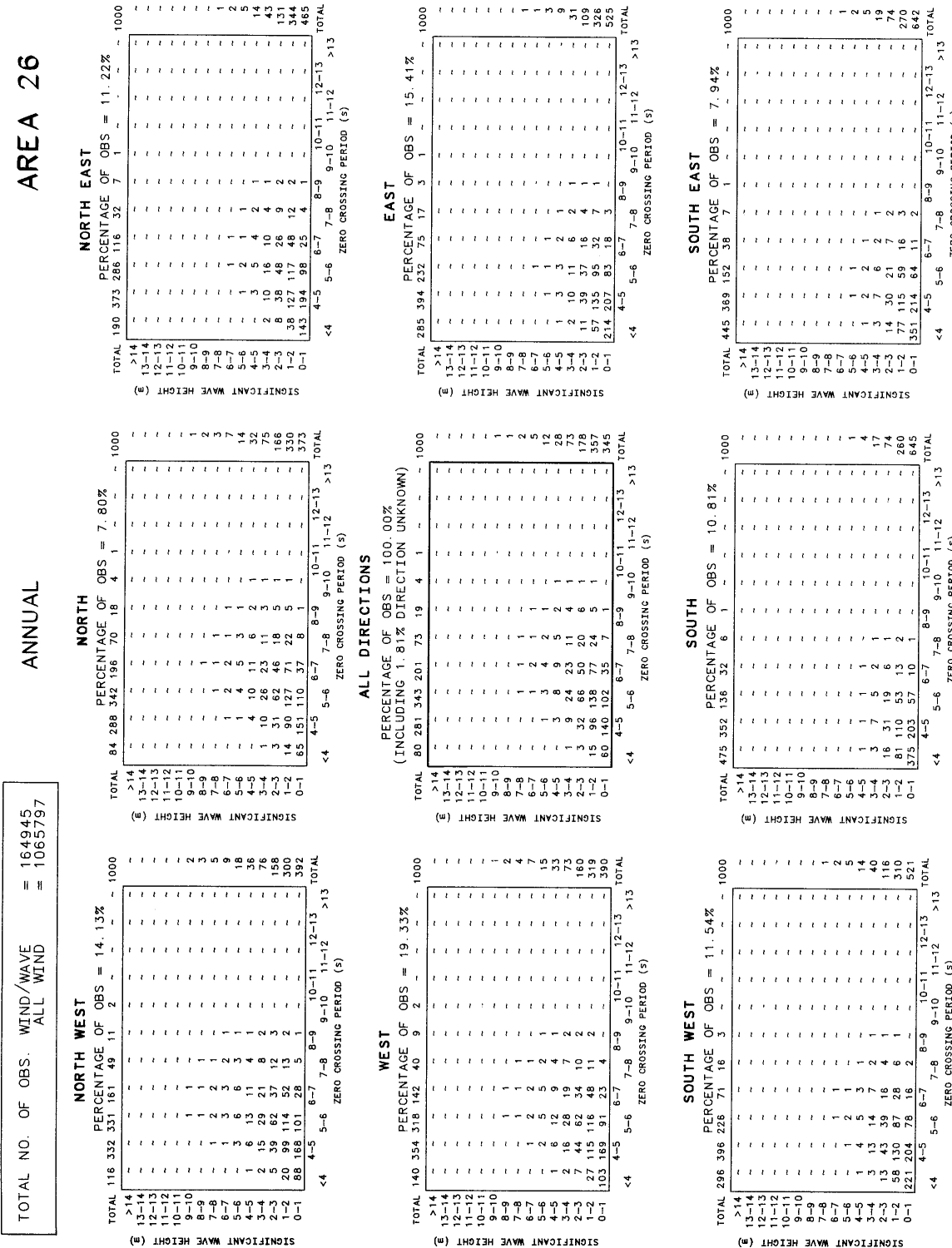
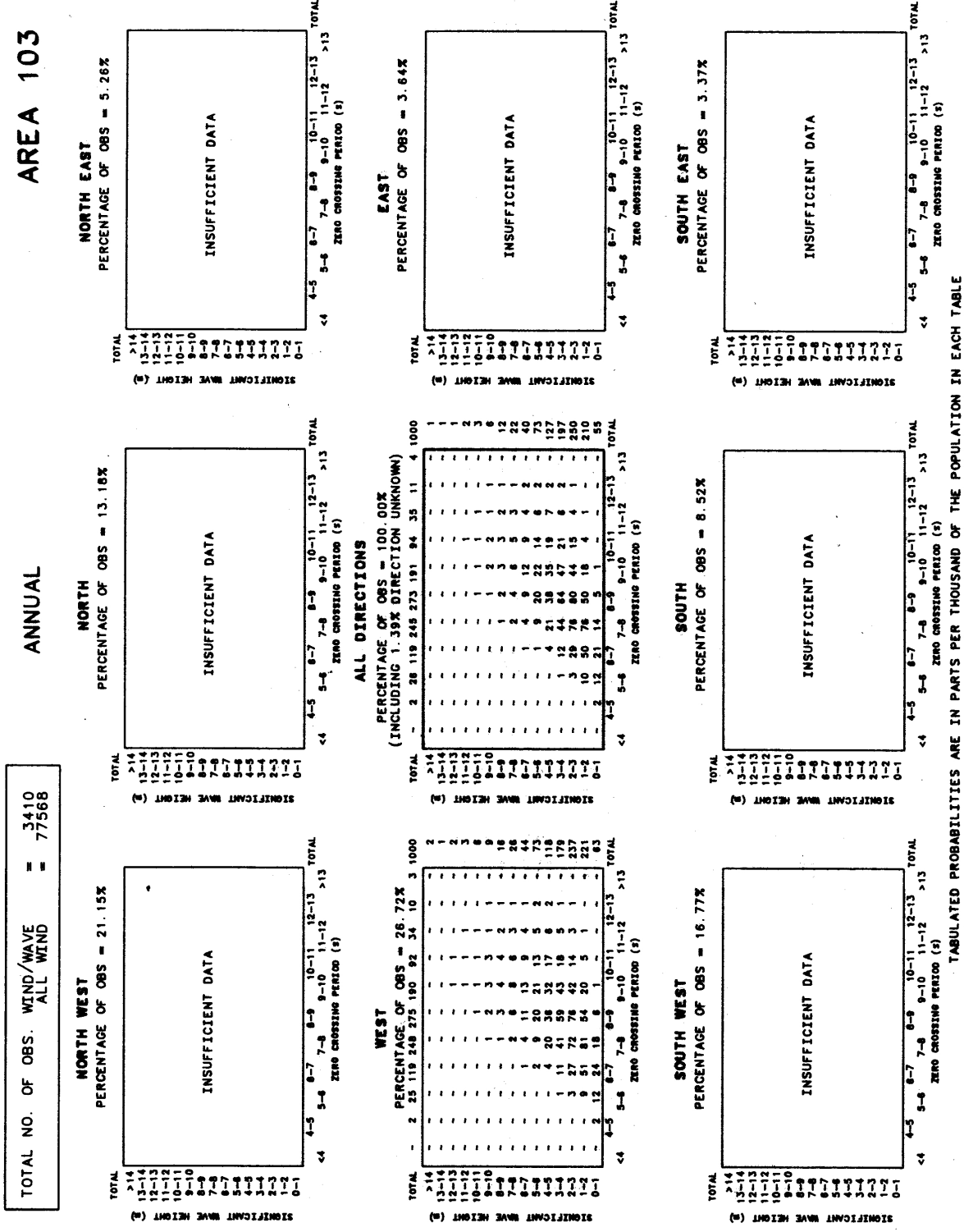


Figure 5.6. Répartition annuelle des différents états de mer pour la Méditerranée occidentale.



TABULATED PROBABILITIES ARE IN PARTS PER THOUSAND OF THE POPULATION IN EACH TABLE

Figure 5.7. Répartition annuelle des différents états de mer pour le Cap Horn.



## 5.5. Mesures des états de mer

La caractérisation directe des états de mer est naturellement fondée sur l'estimation de l'agitation de la surface libre qui pose le problème de la mesure et de l'enregistrement, en fonction du temps, des variations de la dénivelée de la surface libre  $\eta(M; t)$  en un point  $M$  donné de l'espace.

Divers procédés peuvent être utilisés pour mesurer les variations du niveau de la mer sur une verticale, à savoir :

- l'observation directe d'une perche fixe, ou d'un mât à houle (réservé aux profondeurs relativement faibles) ;
- l'observation de la pression sur le fond au moyen d'un houlographe (difficile pour les houles courtes) ;
- l'utilisation d'une bouée mouillée en un point fixe, équipée d'un accéléromètre vertical dont les signaux sont intégrés deux fois ; cette méthode permet également d'indiquer la direction de la houle à partir de la mesure des inclinaisons de la bouée (nécessite une profondeur suffisante) ;
- l'observation directe, à bord d'un navire, de la pression du fluide et de l'accélération du navire en un point du bordé situé vers le couple central ; l'influence du roulis est éliminée en faisant la moyenne entre les mesures à tribord et à bâbord ; cette méthode a été développée par M.J. Tucker (1956 [TUC 56]) ;
- l'observation par des moyens optiques ou par l'utilisation d'ultrasons ;
- l'utilisation de radars installés sur des satellites.

Les mesures sont effectuées, pendant plusieurs années, par séquences continues de dix à vingt minutes, renouvelées à intervalles plus ou moins réguliers de quelques heures à quelques jours. Lors des tempêtes, les enregistrements sont souvent rapprochés pour ne pas manquer le maximum d'agitation. Malheureusement, des aléas de fonctionnement introduisent parfois des lacunes.

Chaque enregistrement est supposé correspondre à un état de mer établi de manière stable. Ses caractéristiques (hauteur et période) définissent l'état de la mer à court terme qui est censé durer jusqu'à l'enregistrement suivant. Naturellement, l'hypothèse d'indépendance des événements conduit à ne pas prendre en compte toutes les données d'une même tempête, et à constituer l'échantillonnage à partir de hauteurs correspondant à la demi-journée ou à la journée.

L'évolution des caractéristiques des enregistrements en fonction du temps définissent l'état de la mer à long terme.

## 5.6. Corrélations entre observations visuelles et mesures

Il est facile et courant de réaliser des observations visuelles des états de mer dans le cadre d'un projet sur un site côtier. La question qui se pose alors est de corrélérer la hauteur  $H_v$  et la période  $T_v$  vues, ou plutôt appréciées, par l'observateur avec les grandeurs significatives  $H_s$  et  $T_s$  caractéristiques de l'état de mer.

Lorsqu'on confronte les valeurs évaluées par plusieurs observateurs, il est fréquent que les hauteurs vues  $H_v$  soient cohérentes entre elles et assez proches de la hauteur significative mesurée, mais que les périodes vues  $T_v$  soient incohérentes entre elles et franchement différentes de la période significative mesurée. Ce phénomène conduit souvent les observateurs non expérimentés à des conclusions erronées.

Compte tenu que les observations visuelles sont très nombreuses, et qu'elles sont franchement plus abondantes que les mesures, de nombreuses études ont été menées pour évaluer les corrélations entre les grandeurs vues et les grandeurs significatives.

En ce qui concerne les hauteurs, après avoir dépouillé 1577 observations, C.G. Soares (1986 [SOA 86a]) a dégagé la loi affine suivante :

$$H_s = 0.84H_v + 1.47 \quad (5.2)$$

tandis que, sur la base de l'analyse de plus de 3901 observations, JARDINE (1979 [JAR 79]) est arrivé à la relation :

$$H_s = 0.89H_v + 0.50 \quad (5.3)$$

l'observation visuelle a donc tendance à surestimer les petites hauteurs significatives et à sous estimer les grandes ; les hauteurs  $H_v$  et  $H_s$  coïncidant assez bien pour des hauteurs moyennes de l'ordre de 5 à 10 m.

Quant aux périodes moyennes, après avoir dépouillé 1931 observations, C.G. Soares (1986 [SOA 86b]) a dégagé la loi affine suivante :

$$T_z = 1.17T_v + 1.30 \quad (5.4)$$

tandis que, sur la base de 1203 observations, il arrive à une relation sensiblement différente :

$$T_z = 0.31T_v + 5.61 \quad (5.5)$$

l'utilisation des périodes observées de manière visuelle est manifestement beaucoup plus délicate que celle des hauteurs.

## 5.7. Traitement statistique des états de mer

Lorsqu'on dispose de plusieurs milliers d'enregistrements à court terme, caractérisés par le couple  $(H_s, T_s)$ , il est possible d'en réaliser un traitement statistique. Ils sont alors triés et regroupés en un certain nombre de classes définies par des tranches de hauteur significative de largeur  $\Delta H$  typiquement de l'ordre du mètre :

$$H_i \leq H_s \leq H_i + \Delta H \quad (5.6)$$

le résultat de cette opération indique le nombre d'occurrences par classe. Il peut être représenté sur un histogramme (voir figure 5.8 comportant en abscisses les hauteurs significatives  $H_s$  et en ordonnées le nombre d'occurrences  $n_i$  divisé par la largeur de la classe  $\Delta H$ , de sorte que

la surface de chaque rectangle soit égale au nombre d'occurrences enregistrées. Il est ensuite possible de définir la courbe continue :

$$F(H) = \frac{n}{\Delta H} \quad (5.7)$$

qui suit au mieux le contour supérieur de l'histogramme, et telle que, pour toute classe  $i$ , l'aire  $S_i$  délimitée par cette courbe, l'axe des abscisses et la parallèle à l'axe des ordonnées d'abscisse  $H_i$  soit égale à :

$$S_i = \int_0^{H_i} F(H) dH = \sum_{j=1}^i n_j \quad (5.8)$$

en normant l'échelle des ordonnées pour que l'aire totale de la courbe soit égale à l'unité, il en résulte une courbe d'équation  $y = f(H)$  définie par :

$$y = \frac{1}{S} F(H) = f(H) \quad (5.9)$$

naturellement, le même travail peut être réalisé sur l'ensemble des hauteurs et des périodes associées obtenues dans un enregistrement court terme. Il en résulte alors un histogramme court terme.

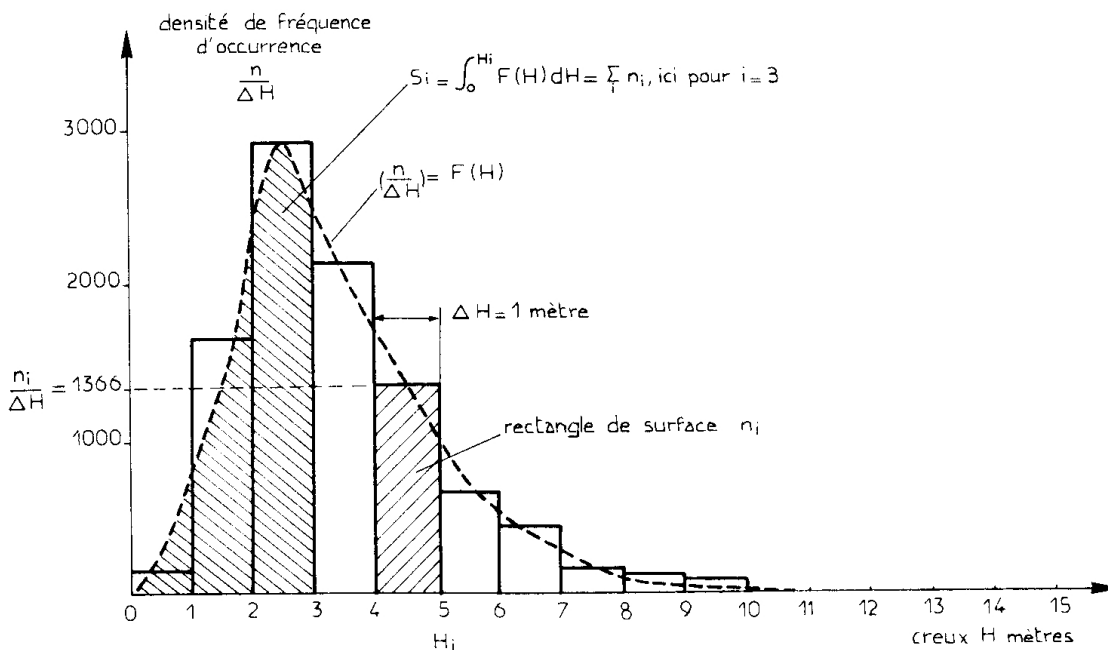


Figure 5.8. Histogramme à long terme correspondant aux valeurs enregistrées en un point de l'Atlantique Nord.

## 5.8. Loi de probabilité

Par référence à la notion de probabilité, la courbe  $y = f(H)$  peut être assimilée à la densité de probabilité des hauteurs significatives  $H_s$ ;  $f(H)dH$  représente alors la probabilité que la

hauteur  $H_s$  soit comprise entre les valeurs  $H$  et  $H + dH$ . La probabilité  $P[H_s \leq H_i]$  pour que  $H_s$  soit inférieure à une valeur donnée  $H_i$  s'écrit donc :

$$P[H_s \leq H_i] = \int_0^{H_i} f(H) dH \quad (5.10)$$

tandis que la probabilité  $P[H_i \leq H_s]$  pour que  $H_s$  soit supérieure à une valeur donnée  $H_i$  est donnée par :

$$P[H_i < H_s] = \int_{H_i}^{\infty} f(H) dH = 1 - P[H_s \leq H_i] \quad (5.11)$$

Dans la pratique, la définition mathématique de la courbe  $f(H)$  n'a d'intérêt que si elle permet d'accéder à l'application des résultats de la théorie des probabilités. Il faut pour cela, qu'elle soit assimilable à une loi de probabilité connue. Il s'agit alors d'ajuster les mesures statistiques à une loi de probabilité. Cette opération n'a évidemment de sens que si les hypothèses qui sous-tendent le domaine de validité de la loi de probabilité retenue, sont suffisamment bien vérifiées par le processus qui gouverne la variable aléatoire  $H_s$ .

Compte tenu de la manière dont la mer se forme, un état de mer doit, à priori, pouvoir être représenté comme une superposition d'une infinité de houles élémentaires d'amplitudes infiniment petites, de toutes longueurs d'ondes et de toutes directions, la phase de chacune de ces houles élémentaires étant aléatoire et distribuée de façon équiprobable sur l'intervalle  $[0, 2\pi]$ . Il en résulte que le processus aléatoire qui gouverne la distribution statistique de la dénivelée de surface libre d'un état de mer formé sur un espace ouvert de grande profondeur, vérifie la loi de Gauss, c'est à dire que la loi de probabilité de la dénivelée de la surface libre  $\eta(M; t)$ , en un point donné et à un instant donné, est une loi normale :

$$P[z \leq \eta(M; t) < z + dz] = p(z) dz = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{(z - m)^2}{\sigma^2}\right) dz \quad (5.12)$$

expression dans laquelle  $m = E(z)$  est l'espérance mathématique de  $z$ , et  $\sigma$  son écart type. Ce caractère gaussien de la dénivelée de surface libre d'un état de mer formé en grande profondeur est bien vérifié par l'expérience. Les variations d'un état de mer en un point donné sont suffisamment lentes pour que  $m$  et  $\sigma$  puissent être supposés constants au cours d'un enregistrement. Chaque état de mer est donc supposé être stationnaire. Notons que cela n'implique pas que les valeurs significatives ou les valeurs extrêmes des hauteurs de houle suivent une loi normale.

\*  
\* \*

## Chapitre 6

# Analyse statistique des états de mer

### 6.1. Hypothèses de base

Dans toute la suite, nous admettrons les hypothèses qui sous-tendent l'analyse stochastique linéaire. Tous les processus aléatoires seront supposés ne faire intervenir que des variables gaussiennes statistiquement indépendantes, être stables (ou stationnaires), ergodiques et linéaires.

1) Un processus stable ou stationnaire possède des grandeurs statistiques caractéristiques (moyenne, écart type, moments, etc.) indépendantes du temps pendant la durée considérée.

2) Les moyennes temporelles, spatiales et statistiques des variables statistiques caractéristiques d'un processus ergodique sont identiques pendant la durée considérée. En d'autres termes, il revient au même d'observer la moyenne spatiale de la dénivelée du plan d'eau à un instant donné, ou la moyenne temporelle de la dénivelée en un point donné du plan d'eau.

3) Les interactions entre les variables statistiques caractéristiques d'un processus linéaire sont négligeables. Il est donc possible de confondre les grandeurs statistiques caractéristiques d'une somme de variables avec la somme de leurs grandeurs statistiques. Cette hypothèse est pratiquement toujours bien vérifiée pour des profondeurs pas trop faibles avec des hauteurs de houle pas trop grandes.

Notons que l'analyse stochastique permet de traiter des processus qui ne vérifient pas toutes ces hypothèses de base, mais qu'il s'agit là de théories qui dépassent de loin l'essentiel de nos besoins et qui sont donc en dehors du cadre de notre propos.

### 6.2. Décomposition d'une houle réelle en houles simples

L'ensemble de la théorie stochastique de la houle réelle repose sur l'hypothèse fondamentale que la dénivelée  $\eta(M; t)$  de la surface libre d'une houle irrégulière peut être considérée comme étant la somme d'une infinité d'ondes sinusoïdales simples, chacune se propageant avec sa célérité propre qui n'est fonction que de sa période et de la profondeur d'eau. En désignant par  $Or_i$  l'axe qui coïncide avec la direction de propagation de la composante élémentaire  $i$  et par  $\theta_i$  l'angle  $(Ox, Or_i)$ , après avoir posé  $r_i = x \cos \theta_i + y \sin \theta_i$ , la dénivelée de la surface libre peut donc s'écrire :

$$\eta(M; t) = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{H_i}{2} \cos (k_i r_i - \omega_i t + \psi_i) \quad (6.1)$$

expression dans laquelle  $k_i$  désigne le nombre d'onde et  $\omega_i$  la pulsation. Ainsi, en un point  $M$  fixé, la dénivelée de la surface libre est supposée pouvoir s'écrire comme la somme d'un très grand nombre  $N$  de fonctions aléatoires indépendantes qui varient sinusoidalement en fonction du temps et dont les phases  $\varphi_i$  sont des grandeurs aléatoires uniformément réparties dans l'intervalle  $[0, 2\pi]$  :

$$\eta(M; t) = \sum_{i=1}^N a_i \cos(\omega_i t + \varphi_i(M; \theta_i)) \quad (6.2)$$

Remarquons qu'en eau peu profonde, des groupements de vagues sont souvent observables, ce qui est en contradiction avec la répartition des phases supposée aléatoire et uniforme dans l'intervalle  $[0, 2\pi]$ .

L'hypothèse d'un processus ergodique nous permet d'identifier la moyenne temporelle de la fonction aléatoire  $\eta(M; t)$  avec sa moyenne statistique ou spatiale. En notant respectivement d'un point et de deux points les dérivées temporelles première et seconde de la dénivelée, il en résulte que les espérances mathématiques ou moyennes temporelles de ces trois fonctions sont nulles :

$$\overline{\eta(M; t)} = 0 \quad \overline{\dot{\eta}(M; t)} = 0 \quad \overline{\ddot{\eta}(M; t)} = 0 \quad (6.3)$$

ce qui ne prend en compte ni la limitation de hauteur par le déferlement, ni les dissymétries des profils des houles fortement cambrées.

Par ailleurs, les moyennes quadratiques des trois fonctions s'expriment à partir des différents moments d'ordres pairs du processus :

$$\overline{\eta^2} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N a_i^2 = m_0 \quad \overline{\eta \dot{\eta}} = 0 \quad (6.4)$$

$$\overline{\dot{\eta}^2} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \omega_i^2 a_i^2 = m_2 \quad \overline{\eta \ddot{\eta}} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \omega_i^2 a_i^2 = m_2 \quad (6.5)$$

$$\overline{\ddot{\eta}^2} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \omega_i^4 a_i^2 = m_4 \quad \overline{\dot{\eta} \ddot{\eta}} = 0 \quad (6.6)$$

Le théorème central limite de Lyapounov stipule que lorsque leur nombre  $N$  tend vers l'infini, la distribution d'une somme de fonctions aléatoires indépendantes tend vers une loi normale de variance  $m_0$ . Ainsi, pourvu que  $N$  soit assez grand,  $\eta(M; t)$  et ses dérivées temporelles première et seconde suivent des lois normales centrées de variances respectivement égales à  $m_0$ ,  $m_2$  et  $m_4$ . La densité de probabilité de la dénivelée qui est la probabilité qu'elle soit comprise entre deux valeurs  $z$  et  $z + dz$ , s'écrit donc :

$$P[z \leq \eta < z + dz] = \lim_{T_N \rightarrow \infty} \frac{1}{T_N} \sum_{n=1}^N dt_n = \frac{1}{\sqrt{2\pi m_0}} \exp\left(-\frac{z^2}{2m_0}\right) dz \quad (6.7)$$

les différents termes qui interviennent dans cette expression sont matérialisés sur la figure (6.1).

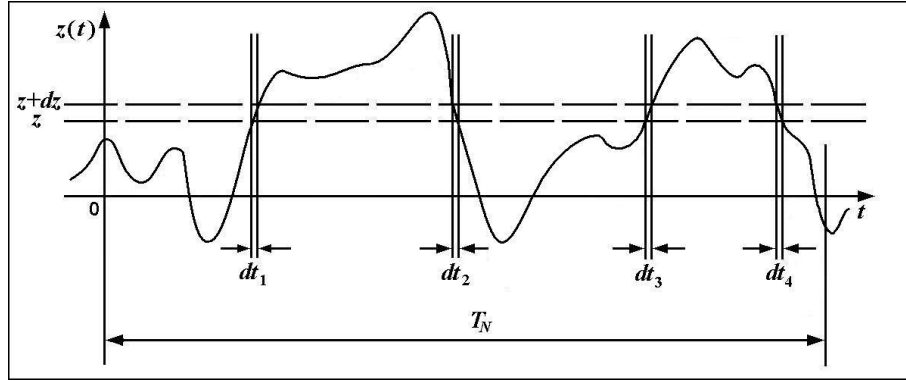


Figure 6.1. Probabilité que la dénivelée soit dans l'intervalle  $[z, z+dz]$

### 6.3. Analyse vague par vague

#### 6.3.1. Probabilités conjointes de la dénivelée et de ses dérivées

L'analyse vague par vague de la dénivelée de la surface libre caractéristique d'un état de mer en un point donné repose sur l'étude des probabilités conjointes de  $\eta$  et de ses dérivées première et seconde par rapport au temps. Il convient donc de commencer par exprimer les densités de probabilité conjointes de ces fonctions.

D'après la seconde équation 6.4, les fonctions aléatoires  $\eta$  et  $\dot{\eta}$  sont, par construction, statistiquement indépendantes. La densité de probabilité de leur couple s'obtient donc par simple produit de leurs deux lois de Gauss :

$$p(z, \dot{z}) = \frac{1}{2\pi\sqrt{m_0m_2}} \exp\left(-\frac{m_2z^2 + m_0\dot{z}^2}{2m_0m_2}\right) \quad (6.8)$$

de même, la seconde équation 6.6 permet d'écrire la probabilité du couple  $(\dot{\eta}, \ddot{\eta})$  sous une forme analogue :

$$p(\dot{z}, \ddot{z}) = \frac{1}{2\pi\sqrt{m_2m_4}} \exp\left(-\frac{m_4\dot{z}^2 + m_2\ddot{z}^2}{2m_2m_4}\right) \quad (6.9)$$

par contre la seconde équation 6.5 montre que les fonctions aléatoires  $\eta$  et  $\ddot{\eta}$  ne sont pas statistiquement indépendantes. Dans ces conditions, la densité de probabilité des trois fonctions aléatoires gaussiennes ne se réduit pas au simple produit de leurs trois densités de probabilité, mais se présente sous la forme plus complexe suivante :

$$p(z, \dot{z}, \ddot{z}) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}\sqrt{m_2\Delta}} \exp\left(-\frac{\dot{z}^2}{2m_2} - \frac{m_4z^2 + 2m_2z\ddot{z} + m_0\ddot{z}^2}{2\Delta}\right) \quad (6.10)$$

expression dans laquelle  $\Delta = m_0m_4 - m_2^2$ .

#### 6.3.2. Passage par un niveau $z$ donné

La probabilité que la dénivelée de la surface libre  $\eta$  passe par un niveau  $z$  donné par valeurs croissantes  $0 \leq \dot{\eta}$  est égale au produit de l'espérance mathématique de la fréquence de cet

événement  $E[N_z^+]$  par le temps  $dt$  pendant lequel il se produit. Compte tenu de la relation  $dz = \dot{z}dt$ , il vient :

$$P[z \leq \eta < z + dz; 0 \leq \dot{\eta}] = \int_0^\infty p(z, \dot{z}) \dot{z} dz dt = E[N_z^+] dt \quad (6.11)$$

l'intégration est immédiate et nous conduit aux égalités suivantes :

$$E[N_z^+] = E[N_z^-] = \frac{E[N_z]}{2} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{m_2}{m_0}} \exp\left(-\frac{z^2}{2m_0}\right) \quad (6.12)$$

la période de passage de la dénivelée au niveau  $z$  par valeurs croissantes s'écrit donc simplement :

$$T_{uc}(z) = \frac{1}{E[N_z^+]} = 2\pi \sqrt{\frac{m_0}{m_2}} \exp\left(\frac{z^2}{2m_0}\right) \quad (6.13)$$

elle est évidemment égale à la période de passage de la dénivelée au niveau  $z$  par valeurs décroissantes. La longueur d'onde associée à cette période s'obtient en remarquant que les moments  $m'_n$  correspondant à une formulation en nombre d'onde sont donnés en fonction des moments de la formulation en pulsation  $m_n$  par :

$$\omega^n \rightarrow k^n = \left(\frac{\omega^2}{g}\right)^n \Leftrightarrow m_n \rightarrow m'_n = \frac{m_{2n}}{g^n} \quad (6.14)$$

elle est donc immédiatement définie par la relation :

$$\lambda_{uc}(z) = 2\pi g \sqrt{\frac{m_0}{m_4}} \exp\left(\frac{z^2}{2m_0}\right) \quad (6.15)$$

### 6.3.3. Passage par le niveau moyen

D'après l'équation 6.13, la probabilité que la dénivelée passe par le niveau moyen  $\eta = 0$  par valeurs croissantes  $0 \leq \dot{\eta}$  s'obtient immédiatement. La période de passage de la dénivelée au niveau moyen par valeurs croissantes s'écrit donc :

$$T_{uc} = \frac{1}{E[N_0^+]} = 2\pi \sqrt{\frac{m_0}{m_2}} \quad (6.16)$$

elle se note sous la forme général  $T_{0,2}$ . La longueur d'onde associée à cette période étant alors définie par :

$$\lambda_{uc} = 2\pi g \sqrt{\frac{m_0}{m_4}} \quad (6.17)$$



### 6.3.4. Passage par un extremum

Un maximum relatif de la dénivelée est défini comme un passage de la dérivée par zéro par valeurs décroissantes  $\dot{\eta} \in ] - \infty, 0]$ . Les deux fonctions aléatoires  $\dot{\eta}$  et  $\ddot{\eta}$  étant, par construction, statistiquement indépendantes, il résulte immédiatement de ce qui précède que :

$$E[N_{\max}] = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{m_4}{m_2}} \quad (6.18)$$

d'où la période qui sépare en moyenne le passage entre deux maxima consécutifs :

$$T_{\max} = \frac{1}{E[N_{\max}]} = 2\pi \sqrt{\frac{m_2}{m_4}} \quad (6.19)$$

il en va évidemment de même pour les passages par des minima relatifs ( $E(N_{\min})$ ).

La longueur d'onde associée à cette période étant alors définie par :

$$\lambda_{\max} = 2\pi g \sqrt{\frac{m_4}{m_8}} \quad (6.20)$$

Remarquons que nous n'avons fait aucune hypothèse sur le signe de l'extremum relatif. Les maxima peuvent donc être négatifs comme les minima peuvent être positifs. Si maintenant nous ne nous intéressons qu'aux maxima positifs ou aux minima négatifs, nous devons recourir à la probabilité conjointe des trois variables et imposer la condition  $0 \leq \eta$  pour les maxima ou la condition  $\eta \leq 0$  pour les minima. D'où, compte tenu de la relation  $d\dot{z} = \ddot{z}dt$  :

$$P[0 \leq \eta; \dot{\eta} = 0; \ddot{\eta} \leq 0] = \int_{-\infty}^0 \int_0^{+\infty} p(z, 0, \dot{z}) dz \dot{z} \ddot{z} dt = E[N_{\max}^+] dt \quad (6.21)$$

Ces expressions s'intègrent analytiquement pour conduire à la formulation suivante (Abramowitz & Stegun 1968 [ABR 68]) :

$$E[N_{\max}^+] = \frac{1 + \sqrt{1 - \varepsilon^2}}{4\pi \sqrt{1 - \varepsilon^2}} \sqrt{\frac{m_2}{m_0}} = \frac{1 + \sqrt{1 - \varepsilon^2}}{2} E[N_{\max}] \quad (6.22)$$

où  $\varepsilon$  est la largeur de bande définie dans l'intervalle  $[0,1]$  par :

$$\varepsilon = \sqrt{1 - \frac{m_2^2}{m_0 m_4}} = \sqrt{1 - \left[ \frac{E(N_0^+)}{E(N_{\max})} \right]^2} \quad (6.23)$$

d'où la période qui sépare en moyenne le passage entre deux maxima positifs consécutifs :

$$T_{\max}^+ = \frac{4\pi \sqrt{1 - \varepsilon^2}}{1 + \sqrt{1 - \varepsilon^2}} \sqrt{\frac{m_0}{m_2}} \quad (6.24)$$

### 6.3.5. Distribution des extrema

La probabilité que la dénivelée  $\eta$  soit maximale à un niveau  $z$  donné, c'est à dire que  $\dot{\eta} = 0$  avec  $\ddot{\eta} < 0$  dans l'intervalle  $[z, z + dz]$  s'écrit, compte tenu de la relation  $dz = \dot{z}dt$  :

$$P[z \leq \eta < z + dz; \dot{\eta} = 0; \ddot{\eta} \leq 0] = G(z)dz = \int_{-\infty}^0 p(z, 0, \dot{z}) \dot{z} dz dt \quad (6.25)$$

elle est égale au produit de la probabilité  $E(N_{\max})dt$  qu'un maximum existe pendant le temps  $dt$  par la probabilité  $f(z)dz$  que ce maximum soit compris dans l'intervalle  $[z, z + dz]$  que nous pouvons donc écrire :

$$f(z)dz = \frac{G(z)dz}{E(N_{\max})dt} \quad (6.26)$$

La densité de probabilité de la cote des maxima s'écrit donc après l'intégration analytique de l'équation 6.25 :

$$f(z) = \frac{\varepsilon}{\sqrt{2\pi m_0}} \exp\left(-\frac{z^2}{2m_0\varepsilon^2}\right) + \frac{\sqrt{1-\varepsilon^2}}{m_0} z \exp\left(-\frac{z^2}{2m_0}\right) \left[0.5 + \operatorname{erf}\left(\frac{z}{\varepsilon} \sqrt{\frac{1-\varepsilon^2}{m_0}}\right)\right] \quad (6.27)$$

expressions dans laquelle  $\operatorname{erf}(x)$  désigne la fonction erreur définie de la manière suivante :

$$\operatorname{erf}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) dt \quad (6.28)$$

Nous aurions pu raisonner sur les seuls maxima positifs. Nous aurions alors récupéré l'expression 6.22 au dénominateur, mais nous aurions dû retirer la probabilité que les maxima soient négatifs à l'équation 6.25 du numérateur. Le rapport des deux nouveaux termes étant égal à l'unité, nous aurions trouvé la même fonction densité de probabilité. Il est d'ailleurs rassurant que la densité de probabilité des maxima ne dépende pas de la manière dont on les compte.

La fonction de probabilité de répartition des maxima  $F(z)$  s'obtient ensuite en intégrant analytiquement l'expression 6.27 de la fonction densité de probabilité sur l'intervalle  $[z, \infty[$  :

$$F(z) = \left[\varepsilon^2 + \sqrt{1-\varepsilon^2}\right] \left[0.5 - \operatorname{erf}\left(\frac{z}{\varepsilon\sqrt{m_0}} \sqrt{\frac{1-\varepsilon^2}{m_0}}\right)\right] + \sqrt{1-\varepsilon^2} \exp\left(-\frac{z^2}{2m_0}\right) \left[0.5 + \operatorname{erf}\left(\frac{z}{\varepsilon} \sqrt{\frac{1-\varepsilon^2}{m_0}}\right)\right] \quad (6.29)$$

Nous distinguerons plusieurs cas selon la valeur de la largeur de bande  $\varepsilon$  :

- 1) Si la largeur de bande est nulle, l'expression 6.24 de la période de passage par un maximum positif s'identifie à l'expression 6.16 de la période de passage par zéro par valeur croissante. Cela signifie que tous les maxima sont positifs et que tous les minima sont négatifs. Chaque crête est alors encadrée par deux passages par le niveau moyen. Les maxima suivent une loi de Rayleigh. Ce modèle correspond à une houle sinusoïdale modulée en amplitude.
- 2) Si la largeur de bande est égale à l'unité, cette période est deux fois plus grande que la période de passage par un maximum de signe quelconque (équation 6.19). Cela signifie qu'il existe autant de maxima négatifs que de maxima positifs. Les crêtes ont des cotes de signe quelconque ce qui traduit une agitation confuse. Le phénomène est gouverné par la loi de Gauss.
- 3) Les cas intermédiaires correspondent soit à des mers complètement formée ( $0.6 < \varepsilon < 0.8$ ), soit à des houles qui se propagent en dehors de leur zone de génération ( $0.2 < \varepsilon < 0.4$ ). Les maxima suivent alors une loi qui est une combinaison non linéaire en  $\varepsilon$  des lois de Rayleigh et de Gauss.

#### 6.4. Répartition des hauteurs de vagues

Nous n'allons plus désormais nous intéresser à la dénivelée de la surface libre  $\eta$ , mais à une nouvelle variable aléatoire discrète  $\zeta$  définie en considérant les maxima successifs  $\zeta_i$  de la variable  $\eta$ .

##### 6.4.1. Valeurs stochastiques de répartition des maxima

La valeur moyenne du n-ième quantile des plus grandes observations des maxima est, dans la pratique, du plus grand intérêt. La probabilité que le n-ième des maxima  $\zeta$  soit supérieur à la valeur,  $\zeta_{1/n}$  est donnée par :

$$P[\zeta \geq \zeta_{1/n}] = F(\zeta_{1/n}) = \frac{1}{n} \quad (6.30)$$

expression implicite qui n'est malheureusement pas susceptible d'être résolue analytiquement. Si bien qu'un calcul numérique s'impose pour déterminer la valeur de  $\zeta_{1/n}$ . La moyenne  $\bar{\zeta}_{1/n}$  des valeurs supérieures à  $\zeta_{1/n}$  s'obtient ensuite en appliquant la formule de la moyenne :

$$\bar{\zeta}_{1/n} \int_{\zeta_{1/n}}^{\infty} f(\zeta) d\zeta = \int_{\zeta_{1/n}}^{\infty} \zeta f(\zeta) d\zeta \quad (6.31)$$

nous obtenons alors après une intégration par partie :

$$\bar{\zeta}_{1/n} = \zeta_{1/n} + n \int_{\zeta_{1/n}}^{\infty} F(\zeta) d\zeta \quad (6.32)$$

Là encore, une intégration entièrement analytique n'est pas envisageable et le recours au calcul numérique est inévitable. Il est cependant intéressant de remarquer que, puisque nous nous intéressons à la recherche des plus grandes valeurs des maxima, les arguments de la fonction  $\text{erf}(x)$  sont, dès que le signal possède des amplitudes élevées, assez grands pour que celle-ci soit développable en série asymptotique. Ceci suppose toutefois que  $\varepsilon$  ne soit pas égal à l'unité

et n'en soit sans doute pas non plus trop proche ( $\varepsilon < 0.9$ ). En ne conservant que le premier terme du développement, nous devons alors résoudre l'équation explicite :

$$\sqrt{1 - \varepsilon^2} \exp\left(-\frac{\zeta_{1/n}}{2m_0}\right) \simeq \frac{1}{n} \quad (6.33)$$

qui admet pour solution la valeur approchée de :

$$\zeta_{1/n} \simeq \sqrt{2m_0 \ln\left(n\sqrt{1 - \varepsilon^2}\right)} \quad (6.34)$$

Nous retrouvons ici, lorsque la largeur de bande est nulle, l'expression classique obtenue en faisant l'hypothèse d'une distribution de Rayleigh ! Ce qui s'explique en remarquant que si la largeur de bande de la dénivelée de la surface libre est strictement inférieure à l'unité, c'est la composante correspondant à la loi de Rayleigh qui gouverne le comportement asymptotique des grandes valeurs des maxima de la dénivelée de la surface libre.

De même, en ne conservant que le premier terme du développement en série asymptotique dans l'expression 6.32, nous pouvons obtenir une valeur approchée de la moyenne du n-ième des plus grands maxima :

$$\bar{\zeta}_{1/n} \simeq \zeta_{1/n} + n\sqrt{2\pi m_0}\sqrt{1 - \varepsilon^2} \left[0.5 - \operatorname{erf}\left(\frac{\zeta_{1/n}}{\sqrt{m_0}}\right)\right] \quad (6.35)$$

soit encore en remplaçant par son expression tirée de l'équation 6.34 :

$$\bar{\zeta}_{1/n} \simeq \sqrt{m_0} \left\{ \sqrt{2 \ln\left(n\sqrt{1 - \varepsilon^2}\right)} + n\sqrt{2\pi}\sqrt{1 - \varepsilon^2} \left[0.5 - \operatorname{erf}\left(\sqrt{2 \ln\left(n\sqrt{1 - \varepsilon^2}\right)}\right)\right] \right\} \quad (6.36)$$

En ne conservant que les deux premiers termes de la série alternée du développement asymptotique de la fonction erreur, et en ne prenant que la moitié du second à titre de procédé d'accélération de convergence, il en résulte une bonne approximation, légèrement par excès pour  $n$  suffisamment grand et  $\varepsilon$  suffisamment petit, de la valeur cherchée :

$$\bar{\zeta}_{1/n} \simeq \sqrt{m_0} \left\{ \sqrt{2 \ln\left(n\sqrt{1 - \varepsilon^2}\right)} + \frac{1}{\sqrt{2 \ln\left(n\sqrt{1 - \varepsilon^2}\right)}} \left[1 - \frac{1}{4 \ln\left(n\sqrt{1 - \varepsilon^2}\right)}\right] \right\} \quad (6.37)$$

#### 6.4.2. Hauteurs particulières

Certaines hauteurs de vagues  $H$  particulières sont utilisées pour caractériser un état de mer. Il est à noter que le passage des niveaux des maxima, comptés au-dessus du niveau moyen, aux hauteurs comptées entre un minima et un maxima fait apparaître un coefficient deux entre les deux grandeurs statistiques  $H = 2\zeta$ .

L'expérience montre qu'en eau suffisamment profonde, la répartition statistique des hauteurs de houle suit assez fidèlement une loi de Rayleigh (voir figure 6.2). Cela signifie que la largeur de bande de la fonction de répartition des dénivelées de la surface libre est généralement faible ( $\varepsilon \ll 1$ ), et que, dans le cas général, l'étude des hauteurs de vagues doit être menée à partir de la loi de Rayleigh. Dans ces conditions, la fonction densité de probabilité des hauteurs crête à creux qui représente la probabilité pour que la hauteur ait une valeur comprise entre  $H$  et  $H + dH$ , s'écrira d'après l'équation 6.27 avec une largeur de bande nulle  $\varepsilon = 0$  :

$$p(H)dH = f\left(\frac{H}{2}\right) d\left(\frac{H}{2}\right) = \frac{H}{4m_0} \exp\left(-\frac{H^2}{8m_0}\right) dH \quad (6.38)$$

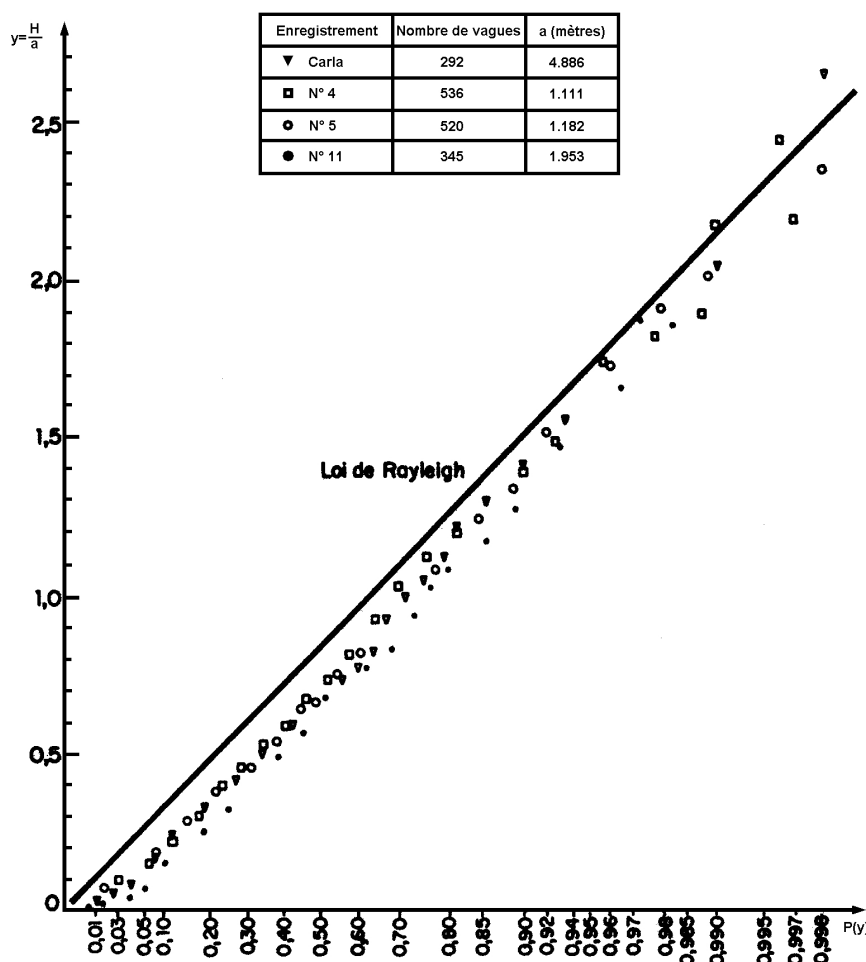


Figure 6.2. Répartition statistique des hauteurs de vagues au large

#### 6.4.2.1. Hauteur quadratique moyenne

La hauteur quadratique moyenne (« rms » pour « root-mean-square ») est la racine carrée de la moyenne des carrés des  $N$  hauteurs d'un enregistrement. Elle correspond à la hauteur que devrait avoir chacune des  $N$  composantes sinusoïdales du signal si elles véhiculaient toutes  $1/N$  de la totalité de l'énergie de l'état de mer. Elle s'exprime donc, en fonction du moment

d'ordre zéro, sous la forme :

$$H_{rms} = \lim_{N \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N H_i^2} = 2\sqrt{2m_0} \quad (6.39)$$

#### 6.4.2.2. Hauteur moyenne

La hauteur moyenne est la moyenne de toutes les hauteurs de l'enregistrement. Elle s'écrit :

$$H_m = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N H_i = \int_0^{\infty} H p(H) dH = \sqrt{2\pi m_0} = \frac{\sqrt{\pi}}{2} H_{rms} \quad (6.40)$$

#### 6.4.2.3. Hauteur ayant une chance sur $n$ d'être dépassée

La hauteur médiane est la hauteur qui a une chance sur deux d'être dépassée :

$$H_{1/2} \simeq 2\sqrt{2m_0 \ln 2} = \sqrt{\ln 2} H_{rms} \simeq 0.94 H_m \quad (6.41)$$

La hauteur qui a une chance sur trois d'être dépassée s'écrit :

$$H_{1/3} \simeq 2\sqrt{2m_0 \ln 3} = \sqrt{\ln 3} H_{rms} \simeq 1.18 H_m \quad (6.42)$$

De même la hauteur qui a une chance sur dix d'être dépassée s'écrit :

$$H_{1/10} \simeq 2\sqrt{2m_0 \ln 10} = \sqrt{\ln 10} H_{rms} \simeq 1.71 H_m \quad (6.43)$$

#### 6.4.2.4. Hauteur significative

La hauteur significative est la moyenne du tiers des plus grandes hauteurs :  $H_s = \bar{H}_{1/3}$ . Par commodité, elle est souvent assimilée à sa valeur limite  $H_{m_0} = 4\sqrt{m_0}$  quand la largeur de bande est nulle, laquelle correspond au cas particulier de la distribution de Rayleigh et constitue un majorant de la hauteur significative pour les largeurs de bande non nulles (voir figure 6.3).

$$H_s = \bar{H}_{1/3} \leq H_{m_0} = 4\sqrt{m_0} = \sqrt{2} H_{rms} \simeq 1.414 H_{rms} \simeq 1.60 H_m \quad (6.44)$$

Il est important de ne pas confondre la hauteur significative avec la hauteur qui a une chance sur trois d'être dépassée. L'appellation «  $H$  un tiers » et non «  $H$  un tiers barre » présente à cet égard un risque de confusion.

On définit de la même manière la moyenne du dixième des plus hautes vagues :

$$\bar{H}_{1/10} \simeq 1.80 H_{rms} \simeq 2.03 H_m \quad (6.45)$$

#### 6.4.2.5. Hauteur la plus probable

La hauteur la plus probable correspond au maximum de la fonction densité de répartition  $p(H)$ , et s'obtient donc en annulant sa dérivée :

$$H_p = 2\sqrt{m_0} = \frac{1}{\sqrt{2}} H_{rms} \simeq 0.80 H_m \quad (6.46)$$

#### 6.4.2.6. Hauteur maximale espérée

L'espérance mathématique de la hauteur maximale  $H_{\max}$  d'un enregistrement de  $N$  vagues doit naturellement être légèrement inférieure à la valeur qui correspond à la moyenne des  $1/N$  hauteurs d'un échantillon  $m$  fois plus important de  $mN$  valeurs. D'après l'expression 6.29, la probabilité que la variable  $H_{\max}$  prenne une valeur supérieure à  $H$  est donnée par la fonction de probabilité de répartition de pics :

$$P[H_{\max} \geq H] = F\left(\frac{H}{2}\right) \quad (6.47)$$

La probabilité que les  $N$  valeurs de l'enregistrement, supposées indépendantes, que prend la variable  $H_{\max}$ , soient toutes inférieures à  $H$  est alors :

$$P[\forall H_{\max} < H] = \left[1 - F\left(\frac{H}{2}\right)\right]^N \quad (6.48)$$

La probabilité qu'au moins une de ces valeurs, qui sera la plus grande, dépasse  $H$  est donc donnée par :

$$P[\exists H_{\max} \geq H] = 1 - \left[1 - F\left(\frac{H}{2}\right)\right]^N \quad (6.49)$$

La probabilité que le maximum  $H_{\max}$  soit compris dans l'intervalle  $[H, H+dH]$  est la densité de probabilité de  $H_{\max}$  ; elle s'obtient donc par dérivation :

$$P[H < H_{\max} \leq H + dH] = \frac{N}{2} \left[1 - F\left(\frac{H}{2}\right)\right]^{N-1} \frac{d}{dH} F\left(\frac{H}{2}\right) dH \quad (6.50)$$

d'où l'expression de l'espérance mathématique du maximum :

$$E(H_{\max}) = \frac{N}{2} \int_0^{\infty} H \left[1 - F\left(\frac{H}{2}\right)\right]^{N-1} dF\left(\frac{H}{2}\right) \quad (6.51)$$

En ne conservant à nouveau que le premier terme du développement asymptotique de l'expression 6.29, chacun des monômes peut être intégré, et leur série converge vers une expression connue. Ce calcul laborieux a été réalisé par M.S. Longuet-Higgins (1952 [LON 52]) qui a obtenu l'expression 6.52 pour la valeur moyenne de la hauteur de la plus grande vague correspondant à un enregistrement de  $N$  hauteurs, dans laquelle  $\gamma \simeq 0.5772157$  désigne la constante d'Euler.

$$H_{\max} \simeq 2\sqrt{m_0} \left\{ \sqrt{2 \ln(N\sqrt{1-\varepsilon^2})} + \frac{\gamma}{\sqrt{2 \ln(N\sqrt{1-\varepsilon^2})}} \right\} \quad (6.52)$$

#### 6.4.2.7. Hauteur maximale la plus probable

La densité de probabilité de la hauteur maximale d'un échantillon de  $N$  vagues s'écrit, d'après l'équation 6.50 sous la forme :

$$g(H) = -\frac{N}{4} \left[ 1 - F \left( \frac{H}{2} \right) \right]^{N-1} f \left( \frac{H}{2} \right) \quad (6.53)$$

La hauteur maximale la plus probable correspond à la valeur maximale de cette densité de probabilité, c'est-à-dire à la valeur qui en annule la dérivée première :

$$\begin{aligned} \frac{d}{dH} g(H) &= \frac{N}{8} \left[ 1 - F \left( \frac{H}{2} \right) \right]^{N-2} \times \\ &\left\{ \left[ 1 - F \left( \frac{H}{2} \right) \right] f' \left( \frac{H}{2} \right) - (N-1) f^2 \left( \frac{H}{2} \right) \right\} = 0 \end{aligned} \quad (6.54)$$

En supposant que la distribution des hauteurs maximales obéit à la loi de Rayleigh, le dernier facteur entre crochets doit être nul. En reprenant les formules asymptotiques des différentes fonctions, il vient alors :

$$\begin{aligned} &\left[ \frac{1}{m_0} - \left( \frac{z}{m_0} \right)^2 \right] \left[ 1 - \sqrt{1 - \varepsilon^2} \exp \left( -\frac{z^2}{2m_0} \right) \right] \\ &+ (N-1) \left( \frac{z}{m_0} \right)^2 \sqrt{1 - \varepsilon^2} \exp \left( -\frac{z^2}{2m_0} \right) = 0 \end{aligned} \quad (6.55)$$

En isolant la fonction exponentielle et en l'inversant, nous obtenons une expression implicite qui peut être rendue explicite en ne conservant que le premier terme des développements :

$$H_{\max P} \simeq 2\sqrt{m_0} \sqrt{2 \ln \left( N\sqrt{1 - \varepsilon^2} \right)} \quad (6.56)$$

Il convient de remarquer que la hauteur maximale la plus probable correspond au premier terme de la hauteur maximale espérée. Le tableau 6.1 indique les rapports entre les différentes définitions des hauteurs en fonction du nombre de vagues de l'échantillon. Ces valeurs théoriques ne tiennent pas compte des effets de saturation engendrés par la limitation de la profondeur ou par le déferlement ; elles constituent donc des majorants.

$N$	10	20	50	100	200	500	1000	2000	5000	10000
$H_{\max}/H_m$	1.93	2.14	2.40	2.57	2.74	2.94	3.09	3.23	3.41	3.53
$H_{\max}/H_{rms}$	1.71	1.89	2.12	2.28	2.42	2.60	2.73	2.86	3.02	3.13
$H_{\max}/H_s$	1.20	1.34	1.50	1.61	1.71	1.84	1.93	2.02	2.13	2.21
$H_{\max P}/H_s$	1.07	1.22	1.40	1.52	1.63	1.76	1.86	1.95	2.06	2.14

**Tableau 6.1.** Rapports théoriques entre les hauteurs  $H_{\max}$  espérée,  $H_{rms}$  et  $H_s$  en fonction du nombre de vagues



#### 6.4.2.8. Cas d'une grande largeur de bande

Lorsque la largeur de bande n'est plus négligeable, les différentes valeurs caractéristiques varient. La figure 6.3 présente l'évolution des valeurs théoriques exactes, obtenues en résolvant numériquement l'équation 6.30 puis en intégrant numériquement l'expression 6.32 en fonction des paramètres  $\varepsilon$  et  $n$  ; les valeurs asymptotiques sont en pointillés (équation 6.25). Toutefois,

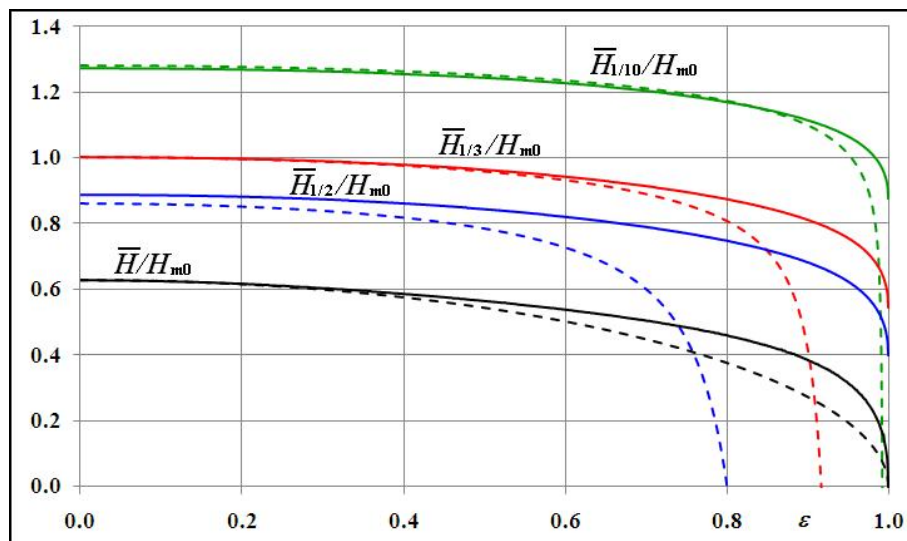


Figure 6.3.  $\bar{H}_{1/n}/H_{m0}$  en fonction de  $n$  et de  $\varepsilon$

en raison de sa simplicité, la formule asymptotique correspondant à la loi de Rayleigh ( $\varepsilon = 0$ ) continue d'être utilisée de manière assez systématique, d'autant plus qu'elle est pessimiste et que son usage va dans le sens de la sécurité.

#### 6.4.3. Valeur extrême à court terme

Certaines opérations marines, comme des travaux ou la mise en place d'une structure, ne peuvent être menées à bien que dans des conditions de calme relatif. En d'autres termes, l'excursion maximale d'un paramètre de réponse ou de la hauteur de la houle rencontrée ne doit pas dépasser une certaine valeur pendant la durée de ces opérations. L'exemple de la stabilisation du navire d'essais et de mesure Monge réalisée par P. Guével *et al.* (1989 [GUÉ 89]) pour permettre le suivi de missiles, en constitue un excellent exemple.

Il s'agit donc ici de déterminer la probabilité  $\alpha$  pour que la plus grande valeur que prend une variable aléatoire  $X$  pendant un enregistrement d'une durée caractéristique donnée  $T_{ds}$ , dépasse une valeur donnée. Dans la pratique,  $T_{ds}$  est de l'ordre de vingt minutes à une heure.

D'après le paragraphe 6.3.5, la probabilité que la variable  $X$  prenne une valeur supérieure à  $X_{\max}^{(\alpha)}$  est donnée par la fonction de probabilité de répartition des pics :

$$P[X \geq X_{\max}^{(\alpha)}] = F(X_{\max}^{(\alpha)}) \quad (6.57)$$

La probabilité que toutes les  $N$  valeurs, supposées indépendantes, que prend la variable  $X$  au cours de l'enregistrement de durée  $T_{ds}$ , soient inférieures à  $X_{\max}^{(\alpha)}$  est :

$$P[\forall X < X_{\max}^{(\alpha)}] = [1 - F(X_{\max}^{(\alpha)})]^N \quad (6.58)$$

La probabilité qu'au moins la plus grande de ces valeurs, notée  $\hat{X}$ , dépasse  $X_{\max}^{(\alpha)}$ , c'est-à-dire la probabilité  $\alpha$  qu'un maximum  $\hat{X}$  soit supérieur à  $X_{\max}^{(\alpha)}$  s'écrit donc :

$$P[\exists X \geq X_{\max}^{(\alpha)}] = \alpha = 1 - [1 - F(X_{\max}^{(\alpha)})]^N \quad (6.59)$$

en inversant cette équation, nous obtenons la forme explicite suivante :

$$F(X_{\max}^{(\alpha)}) = 1 - [1 - \alpha]^{1/N} \quad (6.60)$$

si la probabilité  $\alpha$  est petite, il devient possible de développer le binôme en série pour n'en garder, une fois de plus, que le premier terme :

$$\alpha \simeq NF(X_{\max}^{(\alpha)}) \quad (6.61)$$

De plus, si  $\varepsilon$  n'est pas trop proche de l'unité ( $\varepsilon < 0.9$ ), il est possible de ne garder que le premier terme du développement de  $F(X_{\max}^{(\alpha)})$ , ce qui conduit à une solution approchée semblable à celle de l'équation 6.34 :

$$X_{\max}^{(\alpha)} \simeq \sqrt{2m_0 \ln \left( \frac{N}{\alpha} \sqrt{1 - \varepsilon^2} \right)} \quad (6.62)$$

Le nombre de maxima rencontrés est obtenu en faisant le quotient de la durée caractéristique par la période des maxima ; d'où les expressions approchées :

$$X_{\max}^{(\alpha)} \simeq \sqrt{2m_0 \ln \left( \frac{T_{ds}}{\alpha T_{\max}} \sqrt{1 - \varepsilon^2} \right)} = \sqrt{2m_0 \ln \left( \frac{T_{ds}}{\alpha T_z} \right)} \quad (6.63)$$

La moyenne des valeurs supérieures à  $X_{\max}^{(\alpha)}$  s'obtient encore d'une manière similaire à ce qui a été fait précédemment au moyen des formules 6.36 et 6.37. A noter que s'il s'agit d'une excursion crête à creux, il faut multiplier par deux la valeur de l'amplitude maximale ainsi déterminée.

#### 6.4.4. Les groupements de vagues

Un groupement de vagues est un train de vagues successives dont les périodes sont voisines et dont les hauteurs sont toutes supérieures à un seuil donné. Ce phénomène peut représenter un réel danger pour une structure flottante lorsqu'il y a égalité entre l'une de ses périodes propres et la période moyenne du groupement de vagues.

A partir d'observations réalisées au large du Japon, Y. Goda (1976 [GOD 76], 1983 [GOD 83]) a mis en évidence que, dans certaines conditions, les occurrences de groupements de vagues supérieures à  $H_s$  ou à  $H_{1/2}$  sont sensiblement plus nombreuses que leur probabilité obtenue en supposant l'indépendance des vagues successives et la distribution de leurs hauteurs suivant la loi de Rayleigh. Ainsi, sur l'observation de 20051 vagues jeunes réparties en 171 enregistrements, 122 groupements de 3 vagues successives supérieures à  $H_s$  ont été recensés alors que la distribution de Rayleigh n'en prévoyait que trente. Ces observations ont également montré que,

dans 75% des cas, la plus haute vague de chaque enregistrement apparaît dans un groupement de 2 à 7 vagues de hauteurs supérieures à  $H_s$ .

Il est donc clair que la corrélation entre les hauteurs de deux vagues successives n'est pas nécessairement nulle et que l'hypothèse d'indépendance des vagues n'est pas toujours vérifiée. D'après les travaux de H. Rye (1982 [RYE 82]), la corrélation entre les hauteurs de vagues successives est plus importante avant le maximum de la tempête, lorsque l'état de mer est encore en cours de formation, qu'après.

Les conditions d'apparition des groupements de vagues ne sont toujours pas bien connues et de nombreuses recherches se poursuivent sur ce sujet. Il s'agit là d'un point fondamental car les conséquences des groupements de vagues sur la tenue des structures ou des ouvrages à la mer dépassent souvent celles inhérentes à la simple superposition des effets de chaque vague prise isolément. En tout état de cause, ce phénomène doit inciter à ne pas sous-estimer le rapport entre la valeur maximale d'un état de mer et sa valeur significative.

#### **6.4.5. Dénivelée non gaussienne en eau peu profonde**

L'analyse des états de mer que nous venons d'effectuer est limitée aux processus stationnaires, ergodiques et linéaires qui ne font intervenir que des variables gaussiennes statistiquement indépendantes. Ces hypothèses ont pour conséquence importante que les crêtes et les creux des lames sont supposés être symétriques.

En nature, plus les houles se cambrent, plus leurs profils sont dissymétriques : les crêtes sont plus prononcées et les creux sont étalés et moins importants. Les nombreuses mesures réalisées en nature ou en laboratoire ont montré, qu'en eau profonde, les hypothèses faites résistent bien à l'augmentation de la sévérité des états de mer. Par contre, lorsque la profondeur n'est pas suffisante, l'augmentation de la sévérité de l'état de mer se traduit par une dissymétrie importante de la dénivelée de la surface libre avec un excédent important des crêtes sur les creux. Il en résulte que, lorsque les états de mer deviennent sévères et que la profondeur diminue, le processus cesse d'être gaussien. Il faut alors recourir à d'autres lois stochastiques dont les développements sont encore du domaine de la recherche.

\*  
\* \*



## Chapitre 7

# Représentation spectrale des états de mer

### 7.1. Description spectrale des états de mer

Comme cela a déjà été dit, il faut distinguer la mer du vent, due à l'action locale du vent, de la houle. La mer du vent résulte de la combinaison des vagues qui se propagent dans l'ensemble de la zone d'action du vent avec les vagues créées localement. La houle résulte de la propagation des vagues depuis une zone de génération, à travers des zones où l'action du vent est limitée.

Chacun de ces états de mer est caractérisé par une répartition des vagues en hauteur, période et direction. L'analyse de Fourier est donc l'outil naturel de traitement du signal aléatoire multidirectionnel, tel qu'apparaît l'être, à un instant donné, la surface de la mer. Cette approche conduit à superposer des ondes sinusoïdales et à en déduire une répartition de l'énergie en fréquence et en direction, le vecteur d'onde et la pulsation étant liés par la relation de dispersion.

Il convient de noter que la représentation spectrale de la houle possède des limites qui correspondent globalement au sixième degré de l'échelle de Douglas (5 - 6 mètres de crête à creux).

Par ailleurs, il faut garder présent à l'esprit que les périodes caractéristiques des conditions de fonctionnement normales d'une zone portuaire sont comprises entre 4 et 6 secondes, que les houles longues provenant de l'Atlantique ont des périodes de l'ordre de 20 secondes, tandis que les tempêtes dimensionnantes pour les ports de la Manche, de l'Atlantique et de la Méditerranée ont une période caractéristique comprise entre 8 et 18 secondes.

Enfin, le découpage des états de mer naturels en états de mer simples ne permet pas de recouvrir l'ensemble des observations. En effet, de nombreux états de mer correspondent, d'une part, à des superpositions de mer du vent et de houle, généralement de directions différentes et, d'autre part, à la suite d'évolution des conditions météorologiques, à des superpositions d'états de mer du vent de directions différentes, l'un des états étant en train de s'amortir alors que l'autre est en cours de génération.

### 7.2. Le spectre d'énergie de l'état de mer

#### 7.2.1. Principe de l'analyse harmonique

L'analyse harmonique d'un signal consiste à identifier et à traiter son contenu fréquentiel. D'après les résultats de l'analyse de Fourier, une fonction périodique  $f(t)$  de période  $T$  et de

pulsation  $\omega$  peut se développer sous la forme d'une série de fonctions sinusoïdales :

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} c_n \exp(+in\omega t) \quad \text{avec} \quad c_n = \frac{1}{T} \int_{T_0}^{T_0+T} f(t) \exp(-in\omega t) dt \quad (7.1)$$

Lorsque la fonction  $f(t)$  est réelle, les coefficients complexes  $c_n$  vérifient la relation  $c_{-n} = \bar{c}_n$ . L'ensemble des modules des coefficients  $c_n$  constitue le spectre de Fourier encore appelé spectre de raies ou spectre discret.

Dans le cas d'une fonction non périodique mais de carré intégrable, la théorie de l'analyse harmonique conduit à utiliser un spectre continu, ce qui revient à faire tendre la période vers l'infini :

$$S(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \exp(-i\omega t) dt \quad (7.2)$$

Il n'est cependant pas possible d'analyser par cette méthode un signal non périodique qui ne s'annule pas à l'infini, ce qui est le cas d'un signal de houle ! Il faut alors recourir à la notion de spectre d'énergie qui est fondée sur la théorie des fonctions aléatoires et ne plus s'intéresser au signal lui-même, mais à sa fonction d'autocorrélation.

## 7.2.2. Principe de l'analyse des fonctions aléatoires

### 7.2.2.1. Fonction d'autocorrélation

La fonction d'autocorrélation  $R_{ff}(\tau)$  d'une fonction aléatoire réelle  $f(t)$  de la variable réelle  $t$  est définie par les expressions suivantes :

$$R_{ff}(\tau) = E(f(t)f(t+\tau)) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} f(t)f(t+\tau) dt \quad (7.3)$$

Si la fonction  $f(t)$  est représentative d'un phénomène stationnaire, sa fonction d'autocorrélation  $R_{ff}(t)$  est continue et paire. L'examen de la dernière expression 7.3 fait apparaître immédiatement que la fonction d'autocorrélation d'un phénomène périodique (processus à largeur de bande nulle) est périodique de même période, tandis que la fonction d'autocorrélation d'un signal complètement désorganisé (processus à bande infiniment large) est partout nulle sauf à l'origine  $t = 0$ . Entre ces deux cas extrêmes, la fonction d'autocorrélation d'une fonction aléatoire, représentant un processus à bande étroite, fait apparaître la période dominante et s'annule à l'infini comme une fonction oscillante amortie. Lorsque la largeur de bande augmente, la fonction d'autocorrélation oscille de moins en moins et s'amortit de plus en plus.

Nous admettrons ici que, si  $f(t)$  n'offre pas de composante périodique,  $R_{ff}(t)$  est absolument intégrable.

### 7.2.2.2. Densité spectrale

En vertu de ce qui précède, plutôt que d'analyser le contenu fréquentiel du signal  $f(t)$ , il est plus fructueux d'analyser celui de la fonction d'autocorrélation  $R_{ff}(t)$ . Le signal étant stationnaire, le théorème de Wiener-Khinchine implique que sa densité spectrale est égal à la transformée de Fourier de sa fonction d'autocorrélation (Price & Bishop 1974 [PRI 74]) :

$$\begin{aligned}
 S_{ff}(\omega) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} R_{ff}(\tau) \exp(-i\omega\tau) d\tau \\
 &= 2\Re \left\{ \frac{1}{2\pi} \int_0^{+\infty} R_{ff}(\tau) \exp(-i\omega\tau) d\tau \right\} \\
 R_{ff}(\tau) &= \int_{-\infty}^{+\infty} S_{ff}(\omega) \exp(+i\omega\tau) d\omega \\
 &= 2\Re \left\{ \int_0^{+\infty} S_{ff}(\omega) \exp(+i\omega\tau) d\omega \right\}
 \end{aligned} \tag{7.4}$$

Le processus étant stationnaire,  $R_{ff}(t)$  est une fonction paire continue en zéro. La densité spectrale  $S_{ff}(\omega)$  est donc une fonction réelle paire, avec :

$$m_0 = \int_{-\infty}^{+\infty} S_{ff}(\omega) d\omega = 2 \int_0^{+\infty} S_{ff}(\omega) d\omega = R_{ff}(0) = E(f^2(t)) \tag{7.5}$$

L'aire limitée par l'axe  $\omega$  et la courbe  $S_{ff}(\omega)$  représente donc la moyenne quadratique du processus aléatoire.

### 7.2.2.3. Densité spectrale angulaire

Supposons maintenant que le signal  $f(t)$  soit la somme de signaux élémentaires qui dépendent de manière continue de la variable angulaire  $\theta$  appartenant à l'intervalle  $[-\pi, +\pi]$ . La fonction  $f(t)$  se présente donc sous la forme :

$$f(t) = \int_{-\pi}^{+\pi} f(t, \theta) d\theta \tag{7.6}$$

la fonction  $f(t, \theta)$  étant continue et périodique, l'expression 7.1 appliquée à la variable  $\theta$  permet d'écrire :

$$\begin{aligned}
 f(t, \theta) &= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} f_n(t) \exp(+in\theta) \\
 f_n(t) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} f(t, \theta) \exp(-in\theta) d\theta
 \end{aligned} \tag{7.7}$$

il en résulte que la fonction  $f(t)$  vérifie la relation :

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} f_n(t) \int_{-\pi}^{+\pi} \exp(+in\theta) d\theta = 2\pi f_0(t) \tag{7.8}$$

D'après sa définition 7.3, la fonction d'autocorrélation  $R_{ff}(t)$  peut également se mettre sous la forme :

$$R_{ff}(\tau) = \int_{-\pi}^{+\pi} R_{ff}(\tau, \theta) d\theta \quad (7.9)$$

avec :

$$\begin{aligned} R_{ff}(\tau, \theta) &= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} R_{ffn}(\tau) \exp(+in\theta) \\ R_{ffn}(\tau) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} R_{ff}(\tau, \theta) \exp(-in\theta) d\theta \end{aligned} \quad (7.10)$$

et la fonction densité spectrale peut alors s'écrire :

$$S_{ff}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \left( \int_{-\pi}^{+\pi} R_{ff}(\tau, \theta) d\theta \right) \exp(-i\omega\tau) d\tau = \int_{-\pi}^{+\pi} S_{ff}(\omega, \theta) d\theta \quad (7.11)$$

La fonction  $S_{ff}(\omega, \theta)$  s'appelle la densité spectrale angulaire. Il est alors possible de définir une fonction de répartition angulaire  $M_{ff}(\omega, \theta)$  de la densité spectrale en posant :

$$S_{ff}(\omega, \theta) = S_{ff}(\omega) M_{ff}(\omega, \theta) \quad (7.12)$$

La relation 7.11 conduit, quelle que soit la pulsation  $\omega$ , à l'égalité :

$$\int_{-\pi}^{+\pi} M_{ff}(\omega, \theta) d\theta = 1 \quad (7.13)$$

Cette contrainte n'impose pas à la répartition angulaire de la densité spectrale d'être indépendante de la pulsation.

### 7.2.3. Application aux états de mer

En considérant, comme fonction  $f(t)$ , la dénivelée de la surface libre  $\eta(M; t)$ , la transformée de Fourier  $S_{\eta\eta}(\omega)$  de la fonction d'autocorrélation  $R_{\eta\eta}(\tau)$  a la dimension du produit du carré d'une longueur par un temps, c'est-à-dire du quotient par  $\rho g$  d'une densité surfacique d'énergie. Il est donc d'usage de réaliser le changement de variable :

$$\phi_{\eta\eta}(\omega) = 2S_{\eta\eta}(\omega) \quad (7.14)$$

et d'appeler fonction densité spectrale d'énergie de l'état de mer la nouvelle fonction ainsi définie sur l'intervalle réduit  $[0, \infty[$ . Son moment d'ordre zéro est celui du processus aléatoire qui gouverne la variable  $\eta(M; t)$  :

$$R_{\eta\eta}(0) = m_0 = \int_0^{\infty} \phi_{\eta\eta}(\omega) d\omega \quad (7.15)$$



D'après l'étude des ondes simples du premier ordre (houle d'Airy ou Stokes premier ordre), l'énergie moyenne totale (potentielle et cinétique) par unité de surface que véhicule une onde de gravité simple d'amplitude  $a_i$  (hauteur crête à creux  $H_i = 2a_i$ ) et de pulsation  $\omega_i$  s'écrit :

$$e_i = \frac{1}{2}\rho g a_i^2 = \frac{1}{8}\rho g H_i^2 \quad (7.16)$$

elle ne dépend, au premier ordre, que de l'amplitude de l'onde, et pas de sa période. L'énergie véhiculée par une superposition de  $N$  houles simples étant égale à la somme des énergies véhiculées par chacune d'entre elles, il résulte de la relation 7.16 que l'énergie totale d'une houle complexe s'écrit :

$$e = \sum_{i=1}^N \frac{1}{2}\rho g a_i^2 = \rho g E(\eta^2(t)) = \rho g R(0) = \rho g \int_0^{+\infty} \phi_{\eta\eta}(\omega) d\omega \quad (7.17)$$

Par abus de langage, la fonction  $\phi_{\eta\eta}(\omega)$  est directement appelée spectre d'énergie de l'état de mer.  $\phi_{\eta\eta}(\omega)$  et  $R_{\eta\eta}(t)$  sont deux fonctions certaines qui suffisent chacune, à elle seule, à caractériser un état de mer donné.

### 7.3. Les spectres empiriques

Depuis une cinquantaine d'années, des spectres empiriques paramétrés ont été définis à partir de la densité spectrale de nombreux enregistrements d'états de mer. D'abord en mers ouvertes et profondes comme l'Atlantique Nord, puis dans des mers d'étendues plus limitées comme la mer du Nord et enfin dans les zones de profondeur limitée à l'approche des côtes. Des spectres types ont également été définis pour décrire les états de mer croisés issus de différents événements météorologiques.

Tous ces spectres sont fondés sur l'hypothèse simplificatrice que la fonction de répartition angulaire de la densité spectrale est indépendante de la pulsation  $\omega$ . Il en résulte que la fonction densité spectrale d'énergie de l'état de mer est écrite sous une forme à variables séparées :

$$\phi_{\eta\eta}(\omega, \theta) = \phi_{\eta\eta}(\omega) M(\theta) \quad (7.18)$$

La fonction densité spectrale d'énergie  $\phi_{\eta\eta}(\omega, \theta)$  est appelée spectre de houle multidirectionnel tandis que la fonction  $\phi_{\eta\eta}(\omega)$  est appelée spectre de houle monodirectionnel. La fonction  $M(\theta)$  est appelée fonction de directivité de la houle. Les variables  $\omega$  et  $\theta$  étant séparées, l'étude des spectres de houle en fonction de la pulsation se réduit à des spectres monodirectionnels. Nous commencerons donc par leur analyse et nous reviendrons ensuite sur les fonctions de directivités.

#### 7.3.1. Les spectres monodirectionnels

Différents spectres monodirectionnels paramétrés ont été proposés par des auteurs. Avec le temps seuls quelques spectres types se sont imposés dans la pratique et ont évolué au fur et à mesure des besoins de l'industrie pétrolière offshore. Nous ne considérerons ici que ces principaux travaux qui sont à la base des applications dans le domaine qui nous intéresse.

### 7.3.1.1. Spectre à deux paramètres (Bretschneider - Pierson - Moskowitz)

Dans le cadre de ses travaux sur la génération des lames par le vent, par des considérations d'analyse dimensionnelle O.M. Phillips (1958 [PHI 58]) a mis en évidence que, dans la gamme des petites périodes où le déferlement joue un rôle important, le spectre d'énergie de l'état de mer présente un comportement asymptotique proportionnel à  $\omega^{-5}$  avec un coefficient dépendant de l'accélération de la pesanteur  $g$  et d'une constante sans dimension  $\alpha$  égale à  $8.110^{-3}$  :

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} \phi_{\eta\eta}(\omega) = \frac{\alpha g^2}{\omega^5} \quad (7.19)$$

expression qui permet seulement de décrire les états de mer saturés.

Pour pouvoir également décrire les états de mer partiellement développés, C.L. Bretschneider (1959 [BRE 59]) a repris le comportement asymptotique décrit par Phillips avec un coefficient  $\alpha$  fonction de la vitesse du vent, de la hauteur moyenne des lames, de la période moyenne des lames et d'une constante ajustée sur des données enregistrées. Pour obtenir un l'équilibre énergétique convenable aux grandes périodes, Bretschneider a multiplié la fonction de Phillips ainsi modifiée par une fonction exponentielle dont l'argument est le produit de  $\omega^{-4}$  par un coefficient dépendant des mêmes paramètres.

Ce spectre, qui n'est plus guère utilisé sous sa forme originelle, est un cas particulier de la forme générale à deux paramètres suivante :

$$\phi_{\eta\eta}(\omega) = \frac{A}{\omega^5} \exp\left(-\frac{B}{\omega^4}\right) \quad (7.20)$$

son moment d'ordre zéro  $m_0$  s'intègre analytiquement pour donner une relation entre les deux coefficients  $A$  et  $B$ . Par ailleurs, la fonction  $\phi_{\eta\eta}(\omega)$  passe par un maximum lorsque sa dérivée première s'annule puisque sa dérivée seconde est négative. Il en résulte une relation entre le coefficient  $B$  et la pulsation  $\omega_p$  correspondant au pic du spectre d'énergie de l'état de mer. Ainsi :

$$A = 4m_0B \quad \text{et} \quad B = \frac{5}{4}\omega_p^4 \quad (7.21)$$

Ces deux relations permettent d'exprimer, de manière purement théorique, les deux paramètres du spectre en fonction de la hauteur significative  $H_s$  de la houle et de la période de pic  $T_p$  du spectre :

$$A = \frac{5\pi^4 H_s^2}{T_p^4} = \frac{487.0 H_s^2}{T_p^4} \quad \text{et} \quad B = \frac{20\pi^4}{T_p^4} = \frac{1948.2}{T_p^4} \quad (7.22)$$

Y. Goda (1985 [GOD 85]) a empiriquement relié la période de pic du spectre à sa période significative par la relation :

$$T_p \simeq 1.05T_s \quad (7.23)$$

A partir d'un grand nombre de données de l'Atlantique Nord enregistrées par la méthode de Tucker sur les navires météorologiques, dont ils n'ont analysé que les enregistrements des

états de mer considérés comme complètement développés, W.J. Pierson & L. Moskowitz (1964 [PIE 64]) ont proposé un spectre qui est un cas particulier du spectre à deux paramètres (voir figure 7.1). Il reprend la fonction de Phillips dans son état saturé avec la constante  $\alpha = 8.1010^{-3}$  et la fonction exponentielle avec un coefficient fonction de la vitesse du vent à 19.5 m d'altitude et d'une constante ajustée sur des données enregistrées. Le spectre de Pierson et Moskowitz qui ne dépend que de la vitesse du vent, rend compte des états de mer complètement développés. Il s'écrit :

$$\phi_{\eta\eta}(\omega) = \frac{\alpha g^2}{\omega^5} \exp\left(-0.74 \left[\frac{g}{V_{19.5}\omega}\right]^4\right) \quad (7.24)$$

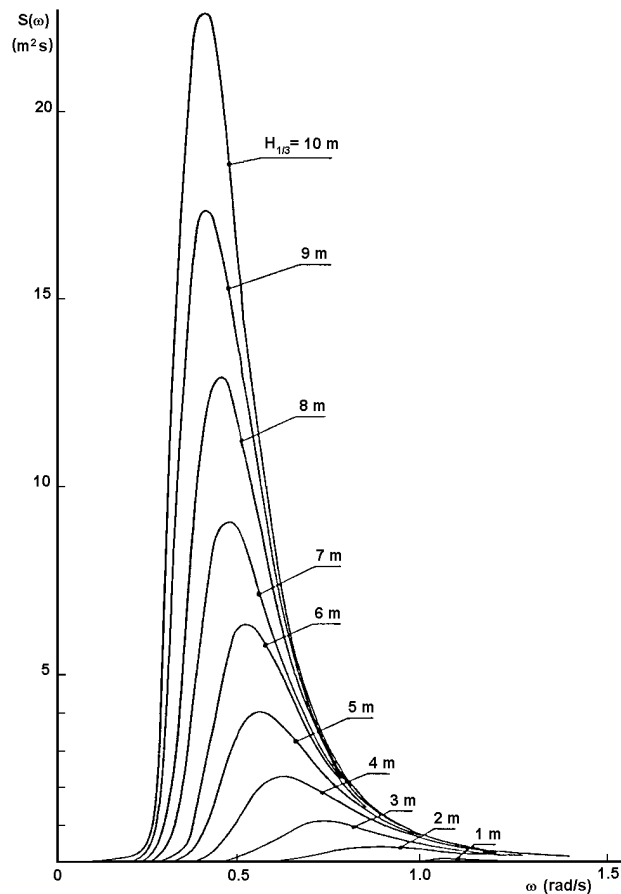


Figure 7.1. Allure du spectre de Pierson-Moskowitz (ITTC)

La pulsation de pic est alors reliée à la vitesse du vent et, sous l'hypothèse de Rayleigh, à la hauteur significative par les relations :

$$\omega_p = 0.877 \frac{g}{V_{19.5}} \quad \text{et} \quad \omega_p = 0.4 \sqrt{\frac{g}{H_s}} \quad (7.25)$$

A noter qu'il est devenu assez habituel de désigner sous le nom de spectre de Pierson-Moskowitz la forme générale 7.20 du spectre à deux paramètres.

En fonction de leurs pratiques, certains organismes internationaux recommandent de prendre, pour les constantes  $A$  et  $B$ , des expressions qui diffèrent de celles données ci-dessus. Leurs principales expressions sont données ci-après.

– l’International towing tank conference (ITTC) conseille d’utiliser le spectre de Pierson-Moskowitz sous sa forme originale 7.24 ;

– l’International ship structures congress (ISSC) conseille de retenir :

$$A = \frac{173H_s^2}{T_1^4} \quad \text{et} \quad B = \frac{691}{T_1^4} \quad (7.26)$$

Expression dans lesquelles  $T_1 = 2\pi m_0/m_1$  désigne la période caractéristique du spectre de Pierson-Moskowitz ;

– Le North Atlantic Treaty Organization (NATO ou OTAN) et l’US Navy conseillent de retenir :

$$A = \frac{483.5H_s^2}{T_p^4} \quad \text{et} \quad B = \frac{1944.5}{T_p^4} \quad (7.27)$$

### 7.3.1.2. Spectre à trois paramètres (JONSWAP)

Le spectre à deux paramètres, qui a été construit pour représenter des états de mers générés en mer ouverte et profonde, fournit une densité spectrale trop étalée lorsque l’état de mer est formé par des vents forts sur une mer d’étendue réduite. L’essor de la recherche pétrolière en mer du Nord a donc rendu nécessaire l’étude de la densité spectrale des états de mer qui se forment dans cette zone.

A l’issue de l’étude menée dans le cadre du projet international appelé « Joint North Sea Wave Project », au cours de laquelle de nombreuses mesures effectuées lors de la formation de tempêtes en mer du Nord ont été analysées, K. Hasselmann *et al.* (1973 [HAS 73]) ont proposé le spectre connu sous le nom de JONSWAP. Ce spectre, adapté aux états de mers, qui se développent sur des fetch<sup>1</sup> limités, est obtenu en multipliant le spectre à deux paramètres par une fonction de forme. Il dépend de trois paramètres  $A$ ,  $B$  et  $\gamma$  et s’écrit sous la forme :

$$\phi_{\eta\eta}(\omega) = \frac{A}{\omega^5} \exp\left(-\frac{B}{\omega^4}\right) \gamma^{\exp\left(\frac{(\omega-\omega_p)^2}{2\sigma^2\omega_p^2}\right)} \quad (7.28)$$

Les valeurs des différents paramètres et constantes, qui ont été adoptées par K. Hasselmann (1973 [HAS 73]) puis par T. Sarpkaya & M. Isaacson (1981 [SAR 81]) sont définies dans le tableau 7.1. En fait, les deux valeurs de  $\sigma$  constituent deux paramètres secondaires supplémentaires. Mais dans la pratique, leurs valeurs standard ne sont jamais modifiées. Ce spectre est également parfois utilisé avec les coefficients  $A$  et  $B$  du spectre de Pierson-Moskowitz. Il faut alors procéder par itérations pour obtenir la valeur de  $H_s$  cherchée.

### 7.3.1.3. Spectre à quatre paramètres (TMA)

La fonction de Phillips, qui décrit le comportement de la densité spectrale pour les petites périodes, a été ajustée pour les états de mer en grandes profondeurs et prend mal en compte

1. le fetch est la distance sur laquelle le vent agit pour lever un état de mer.

Paramètre	$A = \alpha g^2$	$\omega_p$	$B = 5\omega_p^4/4$
Phillips	$\alpha = 8.10 \cdot 10^{-3}$	pulsation de pic	
Hasselmann	$\alpha = 0.076 \left(\frac{gF}{V_{10}^2}\right)^{-0.22}$	$\omega_p = 7\pi \frac{g}{V_{10}} \left(\frac{gF}{V_{10}^2}\right)^{-0.33}$	
Sarpkaya	$\alpha = 0.066 \left(\frac{gF}{V_{19.5}^2}\right)^{-0.22}$	$\omega_p = 5.68\pi \left(\frac{gF}{V_{19.5}^2}\right)^{-0.33}$	

$\gamma$  : paramètre de forme :  $\gamma = 1.0$  Pierson-Moskowitz,  $\gamma = 3.3$  valeur standard,  $\gamma = 7.0$  spectre à fort pic  
 $\sigma$  : largeur du spectre :  $\sigma = 0.07$  pour  $\omega \leq \omega_p$ ,  $\sigma = 0.09$  pour  $\omega > \omega_p$   $F$  : fetch,  
 $V_{10}$  et  $V_{19.5}$  : vitesse du vent à 10 m et à 19.5 m d'altitude.

**Tableau 7.1.** Données du spectre JONSWAP

la saturation engendrée par la profondeur finie. S.A. Kitaigorodskii *et al.* (1975 [KIT 75]) ont proposé de modifier la fonction de Phillips en la multipliant par une fonction  $\phi_K(\omega)$  susceptible de modéliser cet effet de saturation :

$$\phi_K(h, \omega) = \frac{k^{-3} \frac{\partial k}{\partial \omega}}{k_{\infty}^{-3} \frac{\partial k_{\infty}}{\partial \omega}} = \frac{\text{th}^2 kh}{1 + \frac{2kh}{\text{sh} 2kh}} \quad \text{avec} \quad k \text{th} kh = \frac{\omega^2 h}{g} \quad (7.29)$$

expressions dans lesquelles  $h$  est la profondeur d'eau.

E. Bouws *et al.* (1985 [BOU 85]) ont publié les résultats obtenus en appliquant cette fonction à l'analyse de données enregistrées en dehors de la zone de déferlement dans des profondeurs de 6 à 42 m, pendant trois projets offshore : un projet près de TEXEL en mer du Nord, le projet MARSEN en mer du Nord et le projet ARSLOE à Duck en Caroline du Nord (USA). Le spectre d'états de mer ainsi proposé a reçu le nom de spectre TMA d'après les initiales des trois projets qui en sont à l'origine. Le spectre TMA qui dépend de quatre paramètres  $A$ ,  $B$ ,  $\gamma$  et  $h$ , s'écrit donc sous la forme générale :

$$\phi_{\eta\eta}(\omega) = \frac{A}{\omega^5} \exp\left(-\frac{B}{\omega^4}\right) \gamma^{\exp\left(\frac{(\omega-\omega_p)^2}{2\sigma^2\omega_p^2}\right)} \phi_K(h, \omega) \quad (7.30)$$

#### 7.3.1.4. Spectre à six paramètres (Ochi-Hubble)

De nombreux états de mer sont caractérisés par une densité spectrale d'énergie bimodale. Pour pouvoir représenter des spectres d'états de mer à deux pics, M. Ochi & E.N. Hubble (1976 [OCH 76]) ont proposé un spectre à six paramètres. Il s'écrit sous la forme générale :

$$\phi_{\eta\eta}(\omega) = \frac{1}{4} \sum_{j=1}^2 \frac{\left(\frac{4\lambda_j+1}{4} \omega_{mj}^4\right)^{\lambda_j}}{\Gamma(\lambda_j)} \frac{H_{sj}^2}{\omega^{4\lambda_j+1}} \exp\left(-\frac{4\lambda_j+1}{4} \frac{\omega_{mj}^4}{\omega^4}\right) \quad (7.31)$$

Ce spectre à six paramètres se présente comme la superposition de deux composantes modales à trois paramètres chacune ( $j = 1, 2$ ). Pour chaque mode  $j$ ,  $H_{sj}$  est la hauteur significative,  $\omega_{mj}$  est la pulsation du pic du mode et  $\lambda_j$  est le paramètre de forme. Dans le cas où le paramètre de forme est égal à l'unité, le spectre du mode correspondant se réduit à un spectre à deux paramètres du type Bretschneider. Le premier mode correspond aux grandes périodes et le second aux petites périodes.

### 7.3.1.5. Spectres d'états de mer en présence d'un courant

Comme nous l'avons vu au paragraphe 6.2, la dénivelée d'une onde simple qui se propage dans la direction  $\beta$ , peut s'écrire sous la forme générale dans le repère absolu de coordonnées  $(x_a, y_a)$  :

$$\eta(M; t) = \frac{H}{2} \cos (k(x_a \cos \beta + y_a \sin \beta) - \omega t + \psi) \quad (7.32)$$

Considérons un courant uniforme, de vitesse absolue  $u$ , se propageant selon l'axe des abscisses. Dans le repère lié au courant de coordonnées  $(x_r = x_a - ut, y_r = y_a)$ , la dénivelée s'écrit :

$$\eta(M; t) = \frac{H}{2} \cos (k(x_r \cos \beta + y_r \sin \beta) - (\omega - uk \cos \beta)t + \psi) \quad (7.33)$$

Dans le repère relatif, la houle se propage donc avec une pulsation intrinsèque définie par :

$$\sigma = \omega - uk \cos \beta \quad (7.34)$$

Comme la densité d'énergie par unité de surface libre est indépendante du repère choisi, le spectre d'énergie l'est également, si bien que :

$$\phi_{\eta\eta}(\sigma) d\sigma = \phi_{\eta\eta}(\omega) d\omega \quad (7.35)$$

En différentiant l'équation 7.35, nous obtenons :

$$d\sigma = \left( 1 - u \frac{dk}{d\omega} \cos \beta \right) d\omega \quad (7.36)$$

d'où l'expression du spectre d'énergie de la houle dans le repère relatif au courant :

$$\phi_{\eta\eta}(\sigma) = \frac{\phi_{\eta\eta}(\omega)}{1 - u \frac{dk}{d\omega} \cos \beta} \quad (7.37)$$

Le spectre d'énergie de la houle peut donc présenter, dans le repère du courant, des branches infinies lorsque le dénominateur du membre de droite s'annule. Cela n'est pas gênant dans la pratique puisque  $d\sigma$  s'annule aussi et que le spectre reste bien évidemment intégrable.

### 7.3.2. Les fonctions de directivité de la houle

La répartition directionnelle de l'énergie est plus délicate à examiner. Plusieurs fonctions de répartition directionnelles sont utilisées. Elles sont toutes symétriques par rapport à la direction principale  $\beta$  de propagation de l'état de mer.

Si la houle est monodirectionnelle (« long crested sea »), elle est formée d'ondes planes qui se déplacent toutes dans la même direction  $\beta$ . La fonction de répartition s'écrit alors simplement comme une fonction de Dirac :

$$M(\theta) = \frac{1}{2\pi} \delta(\beta - \theta) \quad (7.38)$$

Si la houle est multidirectionnelle (« short crested sea »), elle est formée d'ondes planes qui se déplacent dans des directions  $\theta$  dispersées dans un secteur  $[-\pi, +\pi]$  ou, de manière plus restreinte,  $[-\pi/2, +\pi/2]$  autour de la direction principale de propagation  $\beta$ . La fonction de répartition peut alors prendre plusieurs formes. M.S. Longuet-Higgins *et al.* (1961 [LON 61]) ont préconisé l'utilisation de la fonction de répartition :

$$M(\theta) = \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \frac{\Gamma(s+1)}{\Gamma(s+1/2)} \cos^{2s} \left[ \frac{1}{2}(\beta - \theta) \right] \quad (7.39)$$

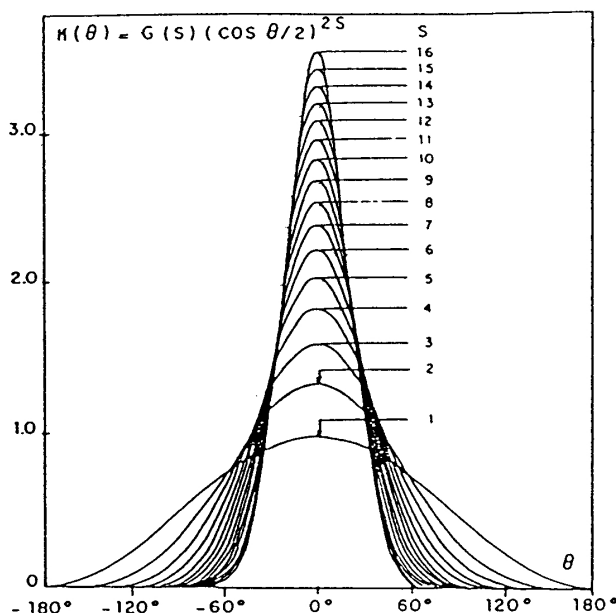


Figure 7.2. Répartition directionnelle en fonction de  $s$

L.E. Borgman (1969 [BOR 69]) a généralisé la formule du cosinus carré proposée par M. Saint-Denis & W.J. Pierson (1953 [SAI 53]) :

$$M(\theta) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{\Gamma(s+1)}{\Gamma(s+1/2)} \cos^{2s}(\beta - \theta) \quad |\beta - \theta| < \frac{\pi}{2}$$

$$M(\theta) = 0 \quad |\beta - \theta| > \frac{\pi}{2} \quad (7.40)$$

c'est la forme la plus usitée, elle est recommandée par l'ITTC (avec  $s=1$ ) et par l'ISSC (avec  $s=2$ ). Dans ces deux formulations, le paramètre  $s$  règle l'ouverture directionnelle du spectre : plus il est grand, plus l'étalement directionnel est étroit autour de la direction de propagation principale.

Des valeurs de  $s$  observées dans la nature ont été compilées par H. Mitsuyasu (1975 [MIT 75]) qui a montré que, pour une mer du vent, les valeurs maximales de ce paramètre sont comprises entre 10 et 25, et qu'elles correspondent au pic du spectre. Dans la bande de pulsation usuellement intéressante, il est généralement supérieur à 2. Ces valeurs, valables pour la mer du vent sont largement dépassées par la houle, qui correspond à la fois à un très fin pinceau en période et en direction ; des valeurs de l'ordre de 25 à 75 peuvent alors être prises en compte. Pour les mers

du vent, H. Mitsuyasu (1981 [MIT 81]) a proposé les expressions suivantes pour déterminer le paramètre d'ouverture  $s$  à partir de la vitesse du vent à 10 m d'altitude :

$$s = 11.5 \left( \frac{U\omega_p}{g} \right)^{-2.5} \left( \frac{\omega}{\omega_p} \right)^{+5.0} \quad \text{pour} \quad \frac{\omega}{\omega_p} \leq 1$$

$$s = 11.5 \left( \frac{U\omega_p}{g} \right)^{-2.5} \left( \frac{\omega}{\omega_p} \right)^{-2.5} \quad \text{pour} \quad \frac{\omega}{\omega_p} > 1 \quad (7.41)$$

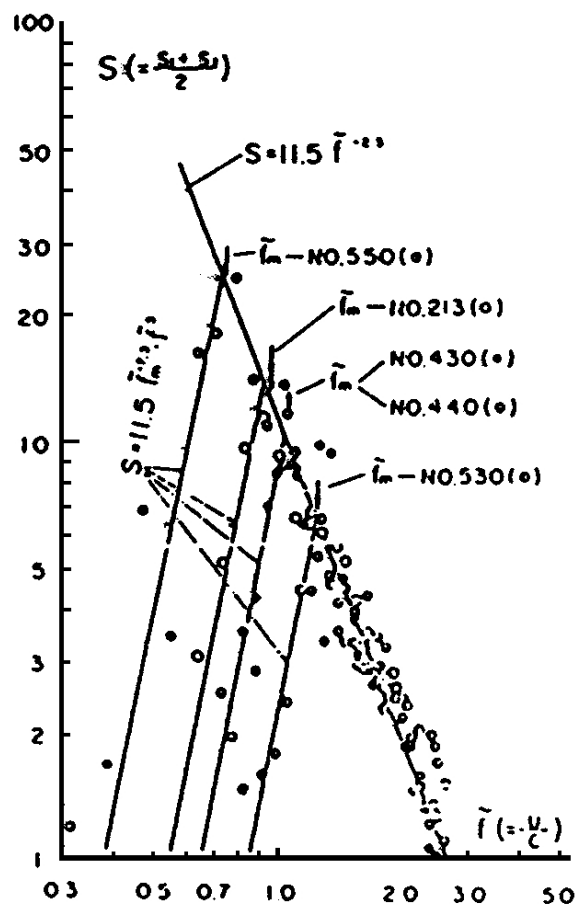


Figure 7.3. Valeurs de  $s$  en fonction de la fréquence pour quatre spectres

En pratique, pour la mer du vent au large, la quasi-totalité de l'énergie est contenue dans un secteur de  $\pm 60^\circ$  de part et d'autre de la direction principale. C'est cette valeur qu'il convient de retenir dans un premier temps ; cependant, à l'approche des côtes, la réfraction déforme cette répartition directionnelle en resserrant le pinceau directionnel qui se réduit souvent à une ouverture de  $\pm 35^\circ$  à  $\pm 25^\circ$ . Il faut donc retenir que dans une mer du vent, à l'approche de la côte, il n'y a, de manière significative, de l'énergie, et donc des vagues, que dans un secteur de  $\pm 35^\circ$  à  $\pm 60^\circ$ .



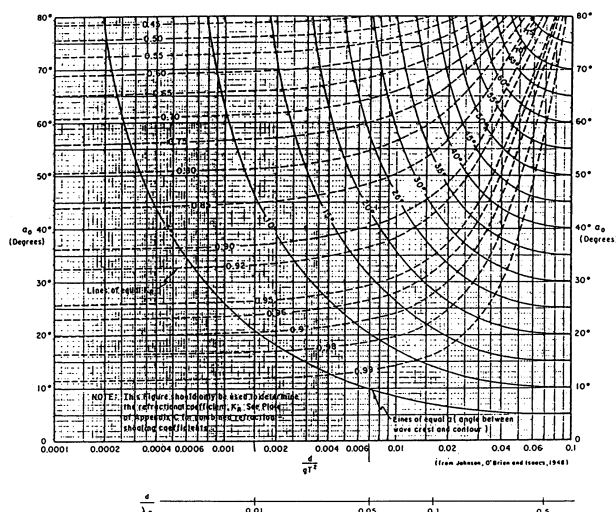


Figure 7.4. Changement de direction sur une bathymétrie régulière (CERC)

## 7.4. Les grandeurs stochastiques

La connaissance des grandeurs stochastiques relatives à un spectre  $\phi_{xy}(\omega)$  est gouvernée par celle de ses moments positifs d'ordres pairs définis par :

$$m_{2n} = \int_0^{\infty} \omega^{2n} \phi_{xy}(\omega) d\omega \quad n \in [1, 4] \quad (7.42)$$

Dans le cas d'un spectre de houle multidirectionnelle d'incidence principale  $\beta$ , ces moments s'écrivent :

$$m_{2n} = \int_{-\pi}^{+\pi} \left[ \int_0^{\infty} \omega^{2n} \phi_{xy}(\omega) d\omega \right] M(\theta) d\theta \quad n \in [1, 4] \quad (7.43)$$

La détermination de ces moments appliquée au spectre de la houle incidente ou à un spectre de réponse d'une structure permet ensuite d'accéder à l'ensemble des résultats qui ont été établis.

## 7.5. Les spectres de réponses des structures

Les spectres de réponses s'obtiennent, en théorie linéaire, à partir du spectre d'entrée – c'est à dire du spectre de houle – et des fonctions de transfert qui sont, par définition, les quotients respectifs entre les sorties et l'entrée sur houle régulière.

### 7.5.1. Les spectres de réponse des grandeurs alternatives

En désignant par  $H_{\xi_i \eta}(\omega)$  la fonction de transfert complexe entre l'entrée  $\eta(\omega)$  et la grandeur  $\xi_i(\omega)$  étudiée, le spectre de réponse de la grandeur  $\xi_i(\omega)$  s'écrit :

$$\phi_{\xi_i \xi_i}(\omega) = |H_{\xi_i \eta}(\omega)|^2 \phi_{\eta \eta}(\omega) \quad (7.44)$$

la grandeur étudiée pouvant être un mouvement, une vitesse, une accélération, un effort, etc., suivant un quelconque degré de liberté de la structure étudiée.

### 7.5.2. Les spectres de réponse pour la submersion

La submersion d'un point  $P$  d'une structure marine se produit lorsque la surface libre atteint ce point  $P$ . Il convient donc d'étudier le déplacement vertical relatif  $Z_R(P; t)$  du point  $P$  de la structure par rapport à l'élévation de la surface libre. Cette grandeur est la somme de trois termes :

- la cote  $Z_0(P)$  du point  $P$  au-dessus de la surface libre à l'équilibre statique ;
- la fonction de transfert  $H_{Z_P\eta}(\omega)$  du déplacement vertical du point  $P$  ;
- l'élévation de la surface libre perturbée par la structure  $\eta(t) + \eta'(t)$  changée de signe.

$$Z_R(P; t) = Z_0(P) + \Re \{ H_{Z_P\eta}(\omega) \exp(-i\omega t) \} - (\eta(t) + \eta'(t)) \quad (7.45)$$

il vient donc, une fois les calculs d'autocorrélation effectués :

$$\phi_{Z_R Z_R}(\omega) = |H_{Z_P\eta}(\omega) - H_{\eta'\eta}(\omega)|^2 \phi_{\eta\eta}(\omega) \quad (7.46)$$

où  $\eta(t)$  est la dénivelée de la surface libre correspondant à la seule houle incidente, et  $\eta'(t) = H_{\eta\eta}(\omega)\eta(t)$  la dénivelée de la surface libre perturbée par la présence de la structure (diffraction-radiation).

### 7.5.3. Les spectres de réponse pour les grandeurs constantes

En plus des efforts alternatifs, une structure soumise à l'action d'une houle régulière subit un effort indépendant du temps. Cet effort, appelé effort de dérive sur houle, est proportionnel au carré de l'amplitude  $a$  de la houle et dépend naturellement de la pulsation  $\omega$  et de l'incidence  $\beta$  de la houle. Il se présente donc sous la forme :

$$F_d(a, \omega, \beta) = a^2 f_d(\omega, \beta) \quad (7.47)$$

Sur une houle irrégulière, il résulte de l'équation 7.17 que le carré de l'amplitude peut être exprimé en fonction de la densité spectrale d'énergie. L'effort élémentaire correspondant à l'intervalle de pulsation  $[\omega, \omega + d\omega]$  s'écrit donc :

$$dF_d(\omega, \beta) = 2f_d(\omega, \beta)\phi_{\eta\eta}(\omega)d\omega \quad (7.48)$$

ainsi, en intégrant le spectre de réponse de l'effort de dérive, nous obtenons l'effort spectral de dérive :

$$F_d(\beta) = 2 \int_0^\infty f_d(\omega, \beta)\phi_{\eta\eta}(\omega)d\omega \quad (7.49)$$

## 7.6. Retour sur la loi de Rayleigh

Pour les grandes valeurs de  $\omega$ , les spectres d'énergie de la houle se comportent comme  $\omega^{-5}$ . L'intégrale qui définit le moment d'ordre quatre  $m_4$  n'est donc pas convergente. Seuls les moments  $m_0$  et  $m_2$  ont un sens. La largeur de bande  $\varepsilon$  est donc toujours égale à l'unité et  $T_{\max}^+$  est toujours nul ! Il y a toujours une infinité de maxima par unité de temps.

L'intuition physique conduit donc à s'intéresser plutôt à  $T_z$  qui représente une information plus réaliste vis-à-vis du comportement des pics de hauteur crête à creux. Cette approche permet de limiter l'importance des hautes fréquences qui ont une influence insignifiante sur la dénivelée de la surface libre.

En attendant une justification théorique rigoureuse, il faut se contenter de la vérification expérimentale de ce raisonnement qui montre que la répartition des hauteurs de vagues d'un état de mer donné suit assez fidèlement une loi de Rayleigh. Cela signifie que les pics de hauteur crête à creux des vagues sont contenus dans une gamme de fréquences de faible largeur de bande et que leur étude doit être menée à partir de la loi de Rayleigh.

Par contre, les structures se comportent à la mer, en ce qui concerne leurs réponses (mouvement, vitesse, accélération, effort, etc.), comme des filtres passe bande. Les moments  $m_4$  et  $m_8$  sont généralement finis.

Les hautes fréquences sont donc éliminées des réponses, tandis que les fréquences de pics de réponses sont susceptibles d'être étalées dans la mesure où les maxima d'excitation légèrement atténués côtoient les pics dus aux résonances plus faiblement excitées, et les pics liés aux couplages entre degrés de liberté.

Sauf cas particuliers, il convient donc de procéder à l'étude des réponses à partir de la formulation complète de la fonction densité de probabilité après avoir calculé la largeur de bande.

\*  
\* \*



## Chapitre 8

# Etats de mer de projet

### 8.1. Notion d'état de mer de projet

Une bonne appréciation des sollicitations extrêmes engendrées par l'environnement est fondamentale pour la conception d'un ouvrage maritime dont la durée annuelle d'indisponibilité ou dont le risque de ruine est étroitement associé au franchissement d'une valeur critique, que ce soit en termes d'effort, de déplacement, de vitesse, d'accélération ou de contrainte dans sa structure.

L'ingénieur est donc systématiquement confronté au problème de l'estimation des valeurs extrêmes associées à un niveau de risque donné et à une période commensurable avec la durée de vie de l'ouvrage. Il lui faut donc définir des états de mer de projet, représentatifs des conditions les plus sévères vis-à-vis du dimensionnement des ouvrages, pour lesquels il va mener ses calculs et effectuer ses essais.

Jusqu'au milieu du XX<sup>e</sup> siècle des ouvrages maritimes étaient essentiellement fixes et massifs ; l'habitude a donc été prise de définir les états de mer de projet à partir de données statistiques portant sur les maxima des processus aléatoires que sont la vitesse du vent ou la hauteur des lames. Pour la construction d'ouvrages comprenant des voiles relativement minces, des parties peu massives ou des fondations sur pieux soumises à de fortes sollicitations horizontales, cette approche devient insuffisante lorsque ce sont les phénomènes dynamiques, tels que les vibrations, la fatigue des matériaux ou le tassement des sols, qui sont dimensionnants ; la répétition et le cumul d'efforts alternés autour d'une composante moyenne doivent alors être pris en compte. Enfin, dans le cas des structures flottantes pour lesquelles ce n'est pas la plus grande hauteur de houle possible qui conditionne le dimensionnement, mais des couples hauteur-période intimement liés aux périodes propres de l'ouvrage, cette approche s'avère franchement inadaptée.

Lorsqu'on intervient sur un site côtier, il existe trois types de situations qui conduisent à des approches radicalement différentes :

- la profondeur d'eau est suffisamment faible pour que les états de mer de projet soient définis à partir des lames les plus sévères susceptibles de se propager et d'atteindre les ouvrages ;
- les fetchs sont suffisamment courts et bien cernés pour que les états de mer de projet soient définis à partir des lames les plus sévères susceptibles d'être levées par le vent sur l'étendue du plan d'eau ;

– la profondeur d'eau et les fetchs sont trop importants pour utiliser l'une des deux approches précédentes et les états de mer de projet doivent être définis à partir d'une méthode de traitement des statistiques d'états de mer observés sur le site.

Avant d'analyser ces différentes situations, il convient de définir la notion de durée de retour qui sous-tend la notion d'états de mer de projet.

## 8.2. Durée de retour d'un événement

### 8.2.1. Durée de retour d'un événement isolé

Soit  $H$  une variable aléatoire dont une réalisation et une seule apparaît au cours de chaque période de durée  $t$  (mois, année, etc.). La durée de retour  $T$  de l'événement  $H \geq H_T$ , est l'espérance mathématique de l'intervalle de temps  $nt$  qui en sépare deux occurrences successives. Cette définition implique que l'événement  $H \geq H_T$  se réalisera, en moyenne, une et une seule fois pendant chaque période  $T = nt$  choisie.

Sous réserves que :

- le phénomène observé soit stationnaire, ce qui implique que les données disponibles couvrent un intervalle de temps suffisamment grand pour inclure les variations climatiques périodiques pluriannuelles (si  $n$  est compté en unités inférieures à l'année, cette hypothèse est mise en défaut par les phénomènes saisonniers) ;
- les réalisations successives de  $H$  pendant l'unité de temps  $t$  soient statistiquement indépendantes ;

la probabilité de  $n$  est le produit de la probabilité  $F(H_T)$  que  $H$  soit supérieur ou égal à  $H_T$  une fois par  $n - 1$  fois la probabilité que  $H$  soit inférieur à  $H_T$  :

$$p(n) = F(H_T) [1 - F(H_T)]^{n-1} \quad (8.1)$$

d'où, compte tenu de l'égalité  $(1 - x)^{-2} = \sum_{n=1}^{\infty} nx^{n-1}$  valable si  $|x| < 1$ , l'expression de la durée de retour s'écrit :

$$\frac{T}{t} = E(n) = \sum_{n=1}^{\infty} np(n) = F(H_T) \sum_{n=1}^{\infty} n [1 - F(H_T)]^{n-1} = \frac{1}{F(H_T)} \quad (8.2)$$

La probabilité que  $n$  soit inférieur à une valeur donnée  $N$  s'écrit alors :

$$P[n \leq N] = \sum_{n=1}^N p(n) = F(H_T) \sum_{n=1}^N [1 - F(H_T)]^{n-1} = 1 - [1 - F(H_T)]^N \quad (8.3)$$

Ainsi, si  $D = Nt$  est la durée de vie souhaitée d'un ouvrage, et si la durée de retour choisie pour son dimensionnement est  $T$ , la probabilité  $E$  qu'il subisse un dommage associé à l'occurrence d'au moins un événement  $H \geq H_T$  pendant la durée  $D$  s'écrit :

$$E = P[n \leq N] = 1 - \left[1 - \frac{t}{T}\right]^N \quad (8.4)$$

Lorsque  $T > D$  et que les valeurs de  $T/t$  sont suffisamment grandes, ce qui recouvre l'essentiel des applications, nous pouvons utiliser l'approximation 8.5 dont l'erreur est inférieure à 3% dès que  $T$  est supérieur à 10 :

$$E = P[n \leq N] \simeq 1 - \exp\left(-\frac{D}{T}\right) \quad (8.5)$$

La durée de retour  $T$  à prendre en compte pour que la probabilité de dommage au cours de la durée de vie  $D$  ne dépasse pas le seuil  $E$  s'écrit alors :

$$T \simeq -\frac{D}{\ln(1 - E)} \quad (8.6)$$

Le tableau 8.1 montre clairement que, pour limiter réellement le risque de dommage à un faible niveau, la durée de retour d'un événement provoquant la ruine de l'ouvrage doit être égale à plusieurs fois sa durée de vie. Dans le cas le plus fréquent, la période de référence pour

$T/D$	1	2	5	10	20	30	50	100
$E$	0.63	0.39	0.18	0.10	0.05	0.03	0.02	0.01

**Tableau 8.1.** Probabilités d'un événement  $E$  en fonction du rapport entre la durée de retour  $T$  et la durée de vie  $D$  souhaitée

l'échantillonnage de la variable aléatoire  $H$  est l'année. Les durées de retour et la durée de vie de l'ouvrage s'expriment alors en nombres d'années.

### 8.2.2. Durée de retour de la durée cumulée d'un événement

Telle que nous l'avons définie, la notion de durée de retour est bien représentative d'un événement unique, comme c'est le cas du niveau d'eau atteint lors des crues d'une rivière, ou de la hauteur maximale des lames. Toutefois, lorsque la durée de l'évènement ou sa répétition prend une signification importante, il est plus rationnel de fonder la définition de la durée de retour sur la notion de durée cumulée de l'évènement.

C'est en particulier le cas lorsqu'on s'intéresse aux tempêtes dont la définition est difficilement dissociable de la notion de durée. Dans les mers à fort marnage, le paroxysme d'une tempête survient généralement lors de la marée haute, ce qui correspond, dans les régions à marées semi diurnes, à des durées typiques de l'ordre de 3 à 6 heures. Dans les mers sans marnage où dans les régions à marées diurnes, cette durée typique peut être plus longue.

L'état de mer de durée de retour  $T'$  est alors défini comme l'état de mer dont la hauteur  $H_T$  est atteinte et dépassée en moyenne pendant une durée cumulée  $D_T$  au cours d'un intervalle de temps égal à  $T'$ .

$$\frac{T'}{t} = \frac{D_T}{tF(H_T)} \quad (8.7)$$

Dans le passé, il était d'usage de retenir une durée cumulée de 24 heures ; c'est-à-dire de 24 heures par an pour l'état de mer annuel, de 24 heures tous les dix ans pour l'état de mer

décennal, etc. Ainsi défini, l'état de mer décennal peut survenir une fois pendant 24 heures tous les dix ans, ou deux fois pendant 12 heures tous les cinq ans, ou chaque année pendant 2.4 heures.

Afin de se rapprocher de la notion d'une occurrence et une seule dans l'intervalle de temps correspondant à la durée de retour, l'AIRH et l'AIPCN recommandent de retenir une durée cumulée de 3 heures. Dans ces conditions, la notion d'état de mer annuel correspond presque à l'ancienne notion d'état de mer décennal.

### 8.3. Limitation par la profondeur

Lorsque la profondeur  $h$  est suffisamment faible pour que les houles soient écrêtées par le déferlement, la hauteur maximale de la houle à prendre en compte peut être déterminée à partir d'un critère de déferlement. Il existe plusieurs types de critères qui correspondent à des situations bathymétriques différentes. Leurs applications conduisent à des résultats parfois très différents, si bien qu'une grande attention doit être portée à leurs domaines de validité respectifs.

Il existe, dans la littérature, beaucoup d'autres critères de déferlement que ceux qui sont présentés ici. A ce sujet, le lecteur pourra consulter très utilement les ouvrages de K. Horikawa *et al.* (1988 [HOR 88]) et de C.C. Mei (1989 [MEI 89]).

#### 8.3.1. Déferlement en profondeur constante

##### 8.3.1.1. Critère de McCowan 1894

Le premier critère de déferlement connu a été proposé par J. McCowan (1894 [MCC 94]). Il correspond à la hauteur relative (rapport entre la hauteur de la houle et la profondeur) théorique maximale d'une onde solitaire qui peut se propager sans déferler au-dessus d'un fond plan et horizontal :

$$\frac{H_b}{h_b} = 0.78 \quad (8.8)$$

critère, universellement connu et utilisé, qui est cependant souvent dépassé, y compris sur des fonds plans et horizontaux.

##### 8.3.1.2. Critère de Miche 1944

Il est donc préférable d'utiliser le critère établi par R. Miche (1944 [MIC 44]) et modifié par J.A. Battjes (1972 [BAT 72]) pour le déferlement de la houle sous l'effet de sa cambrure, toujours dans une profondeur d'eau donnée au-dessus d'un fond plan et horizontal :

$$\frac{H_b}{\lambda_b} = \frac{\gamma_0}{2\pi} \text{th} \left( 2\pi \frac{\gamma}{\gamma_0} \frac{h_b}{\lambda_b} \right) \quad (8.9)$$

avec  $\gamma_0/2\pi = 0.140$  et  $\gamma = \gamma_0$  dans l'expression originale de Miche, ou  $\gamma_0 = 0.887$  et  $\gamma = 0.806$  dans l'expression optimisée par L. Hamm (1995 [HAM 95]). Cette formulation montre que la cambrure maximale, de l'ordre de 14% en grande profondeur, diminue avec la profondeur



relative  $h_b/\lambda_b$ . Lorsque cette dernière tend vers zéro, la tangente hyperbolique s'identifie à son argument et la houle déferle, quelle que soit sa longueur d'onde, avec une hauteur relative définie par :

$$\frac{H_b}{h_b} = 0.89 \quad (\text{Miche}) \quad \frac{H_b}{h_b} = 0.81 \quad (\text{Miche modifiée}) \quad (8.10)$$

### 8.3.2. Déferlement au-dessus d'un plan incliné

Lorsque le fond n'est pas horizontal et qu'il remonte, ce qui est une situation fréquente, la hauteur maximale au déferlement augmente sensiblement à l'approche de la côte. Différents critères ont été établis pour prendre en compte ce phénomène.

#### 8.3.2.1. Critère de Weggel 1972

D'après les travaux de J.R. Weggel (1972 [WEG 72]) la hauteur relative au point de déferlement  $B$  s'écrit en fonction de hauteur au déferlement et de la période :

$$\frac{H_b}{h_b} = b - a \frac{H_b}{\lambda_0} \quad (8.11)$$

où  $a$  et  $b$  sont deux fonctions de la pente de la plage ( $\text{tg } \alpha$ ) :

$$a = 6.963(1 - \exp(-19.0 \text{ tg } \alpha)) \quad b = \frac{1}{2\pi} \frac{g}{1 + \exp(-19.5 \text{ tg } \alpha)} \quad (8.12)$$

Cette formulation est limitée aux hauteurs relatives comprises entre 0.5 et 1.7 et aux pentes inférieures à 0.2. Notons que lorsque la pente s'annule, la hauteur relative tend vers la limite donnée par McCowan (équation 8.8).

#### 8.3.2.2. Critère de Battjes 1974

Le critère de déferlement proposé par J.A. Battjes (1974 [BAT 74]) s'écrit en fonction de la hauteur de la houle et de la profondeur moyenne au point de déferlement sous la forme :

$$H_b = \gamma(\bar{\eta} + h)_b \quad (8.13)$$

expression dans laquelle la surélévation du niveau moyen  $\bar{\eta}$  est souvent négligeable devant la profondeur tandis que le coefficient  $\gamma$  peut prendre une valeur allant de 0.7 à 1.2, voire plus, en fonction du paramètre d'Iribaren-Battjes  $\xi_0$  défini comme le rapport de la pente de la plage et la racine carrée de la cambrure de la houle au large :

$$\xi_0 = \frac{\text{tg } \beta}{\sqrt{H_0/\lambda_0}} \quad (8.14)$$

D'après des résultats d'expériences T. Sunamura (1980 [SUN 80]) et S.R. Singamsetti & H.G. Wind (1980 ([SIN 80])) ont respectivement proposé les deux formulations suivantes pour  $\gamma$  :

$$\gamma = 1.1\xi_0^{1/6} \quad \text{et} \quad \gamma = 1.16\xi_0^{0.22} \quad (8.15)$$

ce qui peut se résumer sous la forme intermédiaire  $\gamma = 1.1\xi_0^{0.2}$ . Cet exemple laisse prévoir des dépassements importants de la limite fixée par le critère de McCowan.

### 8.3.2.3. Critère de Goda 1975

Le critère de déferlement proposé par Y. Goda (1975 [GOD 75]) s'écrit en fonction de la hauteur de la houle et de la profondeur moyenne au point de déferlement sous la forme :

$$\frac{H_b}{\lambda_b} \leq 0.17 \left( 1 - \exp \left( -1.5 \frac{\pi h_b}{\lambda_0} \left( 1 + 15 \operatorname{tg}^{4/3} \alpha \right) \right) \right) \quad (8.16)$$

Lorsque la pente est nulle et que la profondeur relative tend vers zéro, le rapport  $H_b/h_b$  tend vers 0.80.

### 8.3.2.4. Critère d'Ostendorf et Madsen 1979

Le critère de déferlement proposé par D.W. Ostendorf & O.S. Madsen (1979 [OST 79]) fait dépendre la cambrure maximale au déferlement de la pente de la plage ( $\operatorname{tg} \alpha$ ) sous la forme :

$$\begin{aligned} \frac{H_b}{\lambda_b} &\leq 0.14 \operatorname{th} \left( (0.8 + 5 \operatorname{tg} \alpha) 2\pi \frac{h_b}{\lambda_b} \right) & \operatorname{sitg} \alpha \leq 0.1 \\ \frac{H_b}{\lambda_b} &\leq 0.14 \operatorname{th} \left( 1.3 \times 2\pi \frac{h_b}{\lambda_b} \right) & \operatorname{sitg} \alpha \geq 0.1 \end{aligned} \quad (8.17)$$

Lorsque la profondeur devient très faible, la tangente hyperbolique s'identifie à son argument, et ces formules admettent pour limites :

$$\begin{aligned} \frac{H_b}{h_b} &\leq 0.89 (0.8 + 5 \operatorname{tg} \alpha) & \operatorname{sitg} \alpha \leq 0.1 \\ \frac{H_b}{h_b} &\leq 1.16 & \operatorname{sitg} \alpha \geq 0.1 \end{aligned} \quad (8.18)$$

Cette formulation montre que plus la profondeur et la pente sont grandes, plus la hauteur limite de la houle qui se propage est grande : le fait de limiter la profondeur et d'adoucir la pente fait déferler la houle avant qu'elle n'arrive à la côte.

### 8.3.3. La profondeur devient constante en haut d'une pente

Les critères qui ont tous été déterminés par l'étude du déferlement sur des fonds plans et horizontaux ou sur des plages faiblement inclinées, prennent en compte une pente de longueur « illimitée ». Ils sont donc réalistes lorsqu'un fond plan remonte avec une pente constante jusqu'au déferlement. Toutefois, aucun d'entre eux n'a été validé lorsqu'un fond incliné avec une pente donnée atteint un plateau horizontal.

Naturellement, cette situation est inhabituelle en génie côtier puisque les ouvrages de défense des côtes sont pratiquement toujours installés en haut des pentes et que les bermes en crête des talus sous-marins construits devant les ouvrages côtiers sont réduites au strict minimum nécessaire pour assurer la stabilité de la structure.

Dans de telles conditions, les études expérimentales montrent que lorsque des houles de grande hauteur arrivent en haut d'un plan incliné et débouchent sur un plateau, elles subissent un déferlement frontal brutal après avoir parcouru entre une demi et une longueur d'onde (R. Bonnefille *et al.* 2006 [BON 06]). L'analyse de tels essais montre que le critère de déferlement de la houle sur un plateau horizontal qui suit une pente de 10% est de l'ordre de :

$$0.45 \leq \frac{H_b}{h_b} \leq 0.50 \quad (8.19)$$

Cette valeur est bien inférieure à celles de 0.78 ou de 0.89 obtenues en profondeur constante et encore plus inférieure à la valeur de 1.16 obtenue sur une pente continue de 10%. Les critères précédents sont inadaptés pour établir la limite à partir de laquelle la houle déferle sur un plateau qui suit un plan incliné.

Bien que ce phénomène ne soit pas complètement expliqué, ce qui ne permet pas d'établir un nouveau critère de déferlement le prenant en compte, il semble que le principal effet du plateau provienne de la rupture de pente et que le déferlement puisse être sensiblement retardé en conservant non seulement la continuité du fond, mais aussi celle de sa pente au moyen, par exemple, d'une parabole.

#### 8.3.4. Distribution des hauteurs de lames en faible profondeur

Comme nous l'avons vu au paragraphe 6.3.5, en eau profonde, la distribution des hauteurs de lames d'un état de mer à bande étroite suit la loi de Rayleigh. Soit  $H_{x\%}$  la hauteur définie comme ayant la probabilité de  $x\%$  d'être dépassée ; c'est-à-dire une vague sur 50 pour la hauteur  $H_{2\%}$ . La probabilité qu'une vague soit plus haute que cette valeur s'écrit :

$$P[H > H_{x\%}] = \exp \left[ - \left( \frac{H_{x\%}}{H_{rms}} \right)^2 \right] \quad (8.20)$$

En diminuant, la profondeur d'eau force les plus grandes lames à déferler, mais continue de laisser passer les plus petites. L'état de mer est donc écrêté et l'écart de hauteur entre ses plus grandes lames se réduit considérablement. La distribution des hauteurs des petites lames non déferlées continue de suivre la loi de Rayleigh, tandis que la distribution des hauteurs des grandes lames déferlées s'en écarte sensiblement pour suivre la loi plus générale de Weibull<sup>1</sup>.

Après avoir analysé les distributions de hauteurs de lames en eau peu profonde avec différentes pentes de fond, I.A. Battjes & H.W. Groenendijk (2000 [BAT 00]) ont proposé une loi intermédiaire qu'ils ont appelé distribution composite de Weibull « CWD ». Elle se présente sous la forme suivante :

$$P[H > H_{x\%}] = F_1(H_{x\%}) = \exp \left[ - \left( \frac{H_{x\%}}{H_1} \right)^{k_1} \right] \quad H_{x\%} \leq H_{tr}$$

$$P[H > H_{x\%}] = F_2(H_{x\%}) = \exp \left[ - \left( \frac{H_{x\%}}{H_2} \right)^{k_2} \right] \quad H_{tr} \leq H_{x\%} \quad (8.21)$$

1. La loi de Rayleigh peut s'exprimer comme un cas particulier de la loi de Weibull avec un exposant  $k$  égal à 2.

imposer l'égalité  $F_1(H_{tr}) = F_2(H_{tr})$  permet d'assurer la continuité de la distribution.

En remarquant que la hauteur de transition  $H_{tr}$  ente les deux lois ne dépend guère que de la profondeur d'eau  $h$ , et de la pente  $\text{tg } \alpha$ , les auteurs l'ont ajustée selon l'expression affine suivante :

$$\frac{H_{tr}}{h} = 0.35 + 5.8 \text{ tg } \alpha \quad (8.22)$$

Comme la distribution des hauteurs des plus petites lames suit une loi de Rayleigh, l'exposant de la première loi est égal à  $k_1 = 2$ . L'exposant de la loi correspondant à la distribution des hauteurs des plus grandes lames a été ajusté à  $k_2 = 3.6$ .

Ces valeurs des paramètres  $k_1$  et  $k_2$  ont été reprises dans "The Rock Manual" (CIRIA *et al.* 2007 [CIR 07]) qui considère que cette méthode a été testée avec succès sur un nombre de données suffisamment grand pour pouvoir servir à des applications d'ingénierie. Elles ont également été reprises dans le manuel EurOtop (T. Pullen *et al.* 2007 [PUL 07]). Toutefois, lors d'analyse de mesures faites sur les côtes de la mer du Nord, MAI *et al.* (2010 [MAI 10]) ont trouvé des valeurs de  $k_2$  plus faibles.

Par ailleurs, la hauteur  $H_{rms}$  est reliée au moment  $m_0$ , et donc à la hauteur  $H_{m0}$ , par les expressions suivantes :

$$\begin{aligned} \frac{H_{rms}}{\sqrt{m_0}} &= \left( 2.69 + 3.24 \frac{\sqrt{m_0}}{h} \right) \\ \frac{H_{rms}}{H_{m0}} &= \left( 0.6725 + 0.2025 \frac{H_{m0}}{h} \right) \end{aligned} \quad (8.23)$$

comme le rapport  $\frac{H_{m0}}{h}$  est inférieur au rapport  $\frac{H_{max}}{h}$ , qui est lui même borné en fonction de la pente du fond (voir les critères de déferlement au paragraphe 8.3.1), le paramètre de la première expression 8.23 reste toujours inférieur à une valeur de l'ordre de 0.2, tandis que le premier membre reste toujours inférieur à une valeur de l'ordre de 3.34.

Par ailleurs, il convient de remarquer que la la distribution de Weibull, qui est gouvernée par le déferlement en faible profondeur d'eau, borne la croissance de la hauteur maximale  $H_{max}$  attendue en fonction de la durée de la tempête et limite donc le risque de dépassement de la hauteur de la lame de projet.

Désignons par  $\tilde{H}$  le quotient de  $H$  par  $H_{rms}$ . Les hauteurs  $\tilde{H}_1$ ,  $\tilde{H}_2$ ,  $\tilde{H}_{1/3}$  et  $\tilde{H}_{1/10}$  peuvent être évaluées par les fonctions d'approximation polynômiales suivantes établies, en fonction de la variable  $\xi = \tilde{H}_{tr}/3$ , d'après les valeurs numériques données par Battjes et Groenendijk. Les coefficients des fonctions d'approximation de  $\tilde{H}_1$  et  $\tilde{H}_2$  sont indiqués dans le tableau 8.2. Les

coefficients des fonctions d'approximation de  $\widetilde{H}_{1/3}$  et  $\widetilde{H}_{1/10}$  sont indiqués dans le tableau 8.3.

$$\begin{aligned}\widetilde{H}_1 &= \text{th}^{-1} [h_{10} + h_{11}\xi + h_{12}\xi^2 + h_{13}\xi^3 + h_{14}\xi^4 + h_{15}\xi^5 + h_{16}\xi^6 + \epsilon_1] \\ \widetilde{H}_2 &= h_{20} + h_{21}\xi^2 + h_{22}\xi^4 + h_{23}\xi^6 + h_{24}\xi^8 + h_{25}\xi^{10} + h_{26}\xi^{12} + \epsilon_2 \\ \widetilde{H}_{1/3} &= h_{30} + h_{31}\text{th} [h_{32} + h_{33}(\xi - \xi_0) + h_{34}(\xi - \xi_0)^2] + \epsilon_3 \\ \widetilde{H}_{1/10} &= h_{40} + h_{41}\text{th} [h_{42} + h_{43}(\xi - \xi_0) + h_{44}(\xi - \xi_0)^2 + h_{45}(\xi - \xi_0)^3 \\ &\quad + h_{46}(\xi - \xi_0)^4] + \epsilon_4\end{aligned}\quad (8.24)$$

Pour les valeurs de  $\widetilde{H}_1$  supérieures à 1.33 ( $\widetilde{H}_{tr} < 0.8$ ), l'erreur relative  $|\epsilon_1|/\widetilde{H}_1$  est inférieure à  $6.0 \cdot 10^{-2}$ . Pour les valeurs inférieures à 1.33, ce qui correspond au domaine utile, l'erreur absolue  $|\epsilon_1|$  est inférieure à  $5.0 \cdot 10^{-3}$ . Dans tous les cas, l'erreur absolue  $|\epsilon_2| < 1.5 \cdot 10^{-3}$ , l'erreur absolue  $|\epsilon_3| < 2.0 \cdot 10^{-3}$  et l'erreur absolue  $|\epsilon_4| < 5.0 \cdot 10^{-3}$ . Ces précisions sont très convenables pour des données numériques exprimées avec trois décimales.

$\widetilde{H}_1(\xi)$	$\widetilde{H}_2(\xi)$
$h_{10} = +0.3726642 \cdot 10^{-1}$	$h_{20} = +0.1060954 \cdot 10^{+1}$
$h_{11} = +0.2893807 \cdot 10^{+1}$	$h_{21} = -0.2320358$
$h_{12} = +0.3304734 \cdot 10^{+1}$	$h_{22} = +0.7122710 \cdot 10^{+1}$
$h_{13} = -0.1296140 \cdot 10^{+2}$	$h_{23} = -0.2120997 \cdot 10^{+2}$
$h_{14} = +0.4196243 \cdot 10^{+2}$	$h_{24} = +0.3057907 \cdot 10^{+2}$
$h_{15} = -0.4672403 \cdot 10^{+2}$	$h_{25} = -0.2189663 \cdot 10^{+2}$
$h_{16} = +0.1662397 \cdot 10^{+2}$	$h_{26} = +0.6206704 \cdot 10^{+1}$

**Tableau 8.2.** Coefficients des formules d'approximation de  $H_1$  et  $H_2$

$\widetilde{H}_{1/3}(\xi - \xi_0)$	$\widetilde{H}_{1/10}(\xi - \xi_0)$
$h_{30} = +0.1347500 \cdot 10^{+1}$	$h_{40} = +0.1633000 \cdot 10^{+1}$
$h_{31} = +0.6850000 \cdot 10^{-1}$	$h_{41} = +0.1670000$
$h_{32} = +0.2322406 \cdot 10^{-1}$	$h_{42} = +0.3342183 \cdot 10^{-1}$
$h_{33} = +0.1030438 \cdot 10^{+2}$	$h_{43} = +0.6786277 \cdot 10^{+1}$
$h_{34} = -0.8044732 \cdot 10^{+1}$	$h_{44} = +0.2766606$
	$h_{45} = +0.2326937 \cdot 10^{+2}$
	$h_{46} = -0.5615806 \cdot 10^{+2}$
$\xi_0 = +0.3683200$	$\xi_0 = +0.4574000$

**Tableau 8.3.** Coefficients des formules d'approximation de  $\widetilde{H}_{1/3}$  et  $\widetilde{H}_{1/10}$

Le tableau 8.4 indique les valeurs de  $\widetilde{H}_{1/3}$ ,  $\widetilde{H}_{1/10}$ ,  $\widetilde{H}_{2\%}$ ,  $\widetilde{H}_{1\%}$ ,  $\widetilde{H}_{0.2\%}$  et  $\widetilde{H}_{0.1\%}$  en fonction de  $\widetilde{H}_{tr}$  dans la zone de transition entre les lois de Weibull et de Rayleigh.

La figure 8.1 présente les mêmes données sous forme graphique.

#### 8.4. Limitation par les fetchs et par le vent

Lorsque le projet se situe sur un plan d'eau complètement fermé (lac) ou partiellement fermé (baie, rade, estuaire, etc.), la zone d'action du vent, et donc sa capacité à lever un état de mer,

	Hauteur de transition adimensionnelle									
$\tilde{H}_{tr}$	0.05	0.80	1.00	1.20	1.40	1.60	1.80	2.00	2.50	3.00
$\tilde{H}_{1/3}$	1.279	1.294	1.324	1.371	1.399	1.410	1.413	1.415	1.416	1.416
$\tilde{H}_{1/10}$	1.466	1.483	1.518	1.573	1.644	1.721	1.767	1.786	1.799	1.800
$\tilde{H}_{2\%}$	1.548	1.567	1.603	1.662	1.737	1.820	1.906	1.985	1.978	1.978
$\tilde{H}_{1\%}$	1.620	1.639	1.667	1.739	1.817	1.904	2.017	2.084	2.147	2.146
$\tilde{H}_{0.2\%}$	1.762	1.783	1.824	1.889	1.973	2.069	2.169	2.266	2.494	2.493
$\tilde{H}_{0.1\%}$	1.813	1.835	1.877	1.946	2.034	2.131	2.232	2.332	2.571	2.628
	Loi de Weibull					Loi de Rayleigh				

Tableau 8.4. Probabilité de dépassement en fonction de la hauteur de transition adimensionnelle

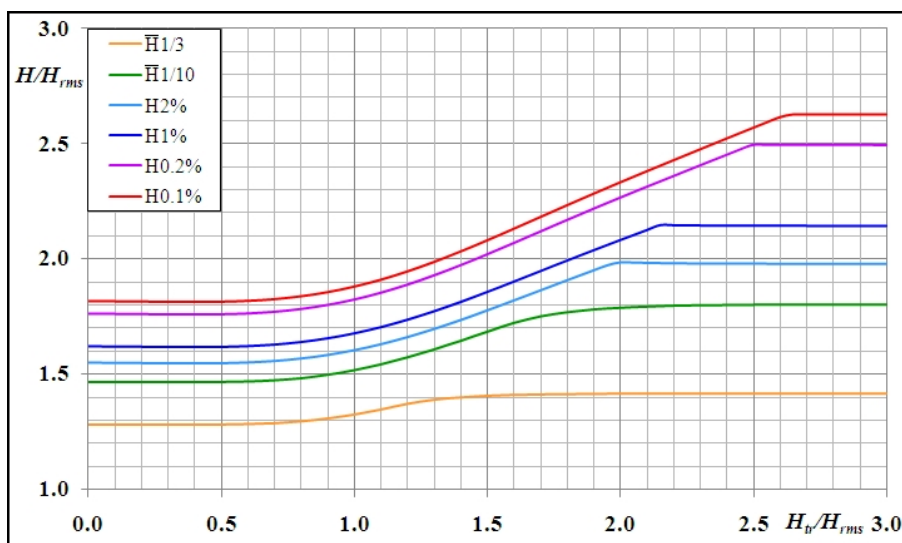


Figure 8.1. Hauteurs particulières en fonction de  $H_{tr}$

sont limitées. Il en résulte que la détermination des états de mer de projet doit pouvoir se faire à partir, d'une part des données géographiques et bathymétriques, et d'autre part de la connaissance statistique des vents qui peuvent souffler sur le site.

### 8.4.1. Aperçu historique

Après l'entrée en guerre des USA, les alliés ayant perdu beaucoup de terrain, les autorités de l'US Navy savaient qu'ils devraient reconquérir les territoires par des opérations de débarquement. A l'automne 1942, Sverdrup et Munk reçurent pour mission de trouver une solution pour prévoir les conditions d'agitation susceptibles de se produire sur un théâtre d'opération donné. Leurs premiers travaux furent achevés en septembre 1943 ; classifiés, ils ne furent publiés qu'en 1947 (B. Kinsman 1965 [KIN 65]).

Depuis le milieu du vingtième siècle, de nombreuses méthodes empiriques ont été proposées. La plupart d'entre elles n'ont eu qu'un temps. La plus employée est encore souvent, pour sa simplicité, la méthode SMB de 1958 ; fondée sur les travaux de H.U. Sverdrup & W.H. Munk (1947 [SVE 47]) amendés et complétés par C.L. Bretschneider (1957 [BRE 57]) , elle permet

d'atteindre une précision moyenne de l'ordre de 20% sur la hauteur significative dans les deux tiers des cas.

En 1970 et 1971, Bretschneider a affiné sa méthode à partir d'un bien plus grand nombre d'observations réalisées. Cette nouvelle formulation a été proposée par la première édition de l'U.S. Army Shore Protection Manual (USACE 1973 [USA 73]). Cette formulation a été à nouveau modifiée par C.L. Bretschneider (1977 [BRE 77]) pour mieux prédire les courtes périodes des états de mer levés par grand vent.

La méthode proposée par K. Hasselmann *et al.* (1976 [HAS 76]) présente l'avantage de mieux prendre en compte des faibles profondeurs d'eau. Son usage a été recommandé par la seconde édition de l'U.S. Army Shore Protection Manual (1984).

Enfin, depuis les années 1960, l'avènement des moyens de calcul a permis le développement de modèles numériques qui ont d'abord été utilisés à l'échelle océanique par les organismes de météorologie, et qui sont maintenant disponibles à l'échelle locale pour les bureaux d'études.

#### 8.4.2. Formules de Sverdrup-Munk-Bretschneider

La méthode SMB est simple de mise en œuvre. Elle exprime la hauteur significative  $H_s$  et la période associée  $T_s$  en fonction de la vitesse moyenne du vent à dix mètres d'altitude  $V_{10}$ , de la longueur du fetch  $F$  et de la durée de la tempête  $D$ .

En supposant que  $H_s$  et  $T_s$  ne sont fonctions que de  $V_{10}$ ,  $F$ ,  $D$  et de l'accélération de la pesanteur  $g$ , l'analyse dimensionnelle montre que ces deux grandeurs peuvent être exprimées sous les formes suivantes :

$$\begin{aligned} \frac{gH_s}{V_{10}^2} &= \min \left[ \frac{gH_\infty}{V_{10}^2}, f_1 \left( \frac{gF}{V_{10}^2} \right), f_2 \left( \frac{gD}{V_{10}} \right) \right] \\ \frac{gT_s}{V_{10}} &= \min \left[ \frac{gT_\infty}{V_{10}}, f_3 \left( \frac{gF}{V_{10}^2} \right), f_4 \left( \frac{gD}{V_{10}} \right) \right] \end{aligned} \quad (8.25)$$

expressions dans lesquelles  $H_\infty$  et  $T_\infty$  désignent les valeurs relatives à l'état de la mer complètement formée, et les  $f_i, i \in [1, 4]$  sont des fonctions empiriques à déterminer expérimentalement. Les résultats expérimentaux sont difficiles à obtenir, car les mesures sont délicates à réaliser, et les valeurs de  $V_{10}$ ,  $F$  et  $D$  sont difficiles à appréhender en nature de manière objective. Sous cette réserve, la prévision de la houle peut se faire au moyen des formules Bretschneider 73 :

$$\begin{aligned} \frac{gH_s}{V_{10}^2} &= 0.283K_1 \text{th} \left[ \frac{0.0125}{K_1} \left( \frac{gF}{V_{10}^2} \right)^{0.42} \right] \\ \frac{gT_s}{V_{10}} &= 7.540K_2 \text{th} \left[ \frac{0.0770}{K_2} \left( \frac{gF}{V_{10}^2} \right)^{0.25} \right] \end{aligned} \quad (8.26)$$

avec, en désignant par  $h$  la profondeur d'eau :

$$K_1 = \text{th} \left[ 0.578 \left( \frac{gh}{V_{10}^2} \right)^{3/4} \right] \quad \text{et} \quad K_2 = \text{th} \left[ 0.520 \left( \frac{gh}{V_{10}^2} \right)^{3/8} \right] \quad (8.27)$$

Afin de mieux prédire les courtes périodes des états de mer levés par grand vent, C.L. Bretschneider (1977 [BRE 77]) a modifié l'expression de la période en abandonnant la période significative pour la période de pic du spectre :

$$\frac{gT_p}{V_{10}} = 7.620 \text{th} \left[ \frac{1}{2} \left( \ln \left( \frac{1 + 3.546gH_d/V_{10}^2}{1 - 3.546gH_d/V_{10}^2} \right) \right)^{0.6} \right] \quad (8.28)$$

La période significative étant reliée à la période de pic du spectre par la relation suivante, proche de 7.23 :

$$T_p = \left( \frac{5}{4} \right)^{0.25} T_s = 1.057 T_s \quad (8.29)$$

Si l'âge (ou la durée) de la tempête  $D$  est supérieure à une valeur  $D_{\min}$ , le régime peut être considéré comme stabilisé. Dans le cas contraire, il y a limitation par la durée, et il faut calculer  $H_s$  et  $T_s$  en prenant le fetch  $F_{\min}$  donné par la formule suivante :

$$\frac{gD_{\min}}{V_{10}} = 6.5882 \exp \left( \sqrt{0.0161\alpha^2 - 0.3692\alpha + 2.2024} + 0.8798\alpha \right) \\ \text{avec } \alpha = \ln \left( \frac{gF_{\min}}{V_{10}^2} \right) \quad (8.30)$$

### 8.4.3. Formules de Hasselmann

La méthode proposée par K. Hasselmann *et al.* (1976 [HAS 76]) suppose que l'état de mer est limité soit par le fetch soit par la durée. Sous cette réserve, la hauteur significative et la période significative, toujours reliées à la période de pic du spectre par la relation 8.29, peuvent s'exprimer assez simplement en fonction de la constante de la gravité  $g$ , de la longueur du fetch  $F$ , et de la vitesse du vent « ajustée »  $V_A$  qui s'écrit en fonction de la vitesse du vent à 10 m d'altitude :

$$V_A = 0.71 (R_t V_{10})^{1.23} \quad (8.31)$$

expression dans laquelle  $R_t$  est un coefficient qui dépend de l'écart de température entre la mer et l'air. Il prend en compte la stabilité ou l'instabilité de la couche limite en fonction de cet écart. Ce coefficient est approximativement donné par la formule suivante obtenue d'après les travaux de D.T. Resio & C.L. Vincent (1977 [RES 77]) :

$$R_t = 1 - 0.215 \text{th} (0.142(t_{\text{air}} - t_{\text{eau}})) \quad (8.32)$$

#### 8.4.3.1. Profondeur supérieure à 90 mètres

Lorsque la profondeur est supérieure à 90 m, chacune des différentes grandeurs apparaît comme la plus petite des deux valeurs obtenues respectivement dans le cas de la limitation par la durée et dans le cas de limitation par le fetch.

$$\frac{gH_s}{V_A^2} = \min \left[ 0.2433, 0.0016 \left( \frac{gF}{V_A^2} \right)^{1/2} \right]$$



$$\frac{gT_p}{V_A} = \min \left[ 8.1340, 0.2857 \left( \frac{gF}{V_A^2} \right)^{1/3} \right] \quad (8.33)$$

La durée maximale de la tempête étant donnée par la formule :

$$\frac{gD_{max}}{V_A} = \min \left[ 71500, 68.8 \left( \frac{gF}{V_A^2} \right)^{2/3} \right] \quad (8.34)$$

#### 8.4.3.2. Profondeur comprise entre 15 et 90 mètres

Lorsque la profondeur est comprise entre 15 et 90 m, il convient d'en tenir compte et d'appliquer les formules suivantes :

$$\begin{aligned} \frac{gH_s}{V_A^2} &= 0.283K_1 \text{th} \left[ \frac{0.00565}{K_1} \left( \frac{gF}{V_A^2} \right)^{1/2} \right] \\ \frac{gT_s}{V_A} &= 7.540K_2 \text{th} \left[ \frac{0.0379}{K_2} \left( \frac{gF}{V_A^2} \right)^{1/3} \right] \end{aligned} \quad (8.35)$$

avec, en désignant par  $h$  la profondeur d'eau :

$$K_1 = \text{th} \left[ 0.530 \left( \frac{gh}{V_A^2} \right)^{3/4} \right] \quad \text{et} \quad K_2 = \text{th} \left[ 0.833 \left( \frac{gh}{V_A^2} \right)^{3/8} \right] \quad (8.36)$$

La durée maximale de la tempête étant donnée par la formule :

$$\frac{gD_{max}}{V_A} = 537 \left( \frac{gT_s}{V_A} \right)^{7/3} \quad (8.37)$$

#### 8.4.4. Méthodes de génération-propagation

La méthode précédente permet d'évaluer rapidement les valeurs de  $H_s$  et de  $T_s$ , mais suppose que la profondeur de l'eau et la vitesse du vent sont constantes et que la mer est initialement au repos. Elle devient donc souvent suffisante dans les zones côtières caractérisées par des variations relatives importantes de la profondeur.

Pour obtenir un modèle plus général, capable de tenir compte de la réfraction des lames par les variations de la bathymétrie et des courants ou des effets engendrés par des conditions de vent variables, une voie fructueuse consiste à écrire une équation de conservation de l'énergie de la houle  $e$  en absence de courant variable ou de l'action de la houle – quotient de l'énergie par la pulsation intrinsèque de la houle  $a = e/\sigma$  – dans le cas contraire.

La considération de l'équation spectrale du bilan énergétique, introduite par R Gelci *et al.* (1956 [GEL 56]), a ouvert la voie aux modèles numériques performants pour la prévision des états de mer en eau profonde en fonction du champ des pressions et des vents à différents instants. Outre les modèles utilisés pour les prévisions météorologiques, il existe aujourd'hui des

modèles de génération propagation adaptés aux études de génie côtier. L'un des plus utilisés d'entre eux est le modèle SWAN (simulating waves nearshore) de la Delft University of Technology.

Les états de mer sont alors caractérisés par leurs densités spectrales angulaires d'énergie, c'est à dire par une fonction dépendant du point  $\mathbf{x}$ , de l'instant considérés  $t$ , de la pulsation intrinsèque  $\sigma$  de la houle et de sa direction angulaire  $\theta$ . Par définition, l'action spécifique a pour expression :

$$A(\mathbf{x}, t) = \int_0^{2\pi} \int_0^\infty \frac{e(\mathbf{x}, t, \sigma, \theta)}{\sigma} d\sigma d\theta \quad (8.38)$$

L'évolution de la densité spectrale angulaire d'action est régie par l'équation :

$$\frac{\partial a}{\partial t} + \frac{\partial a c_j}{\partial x_j} + \frac{\partial a c_\sigma}{\partial \sigma} + \frac{\partial a c_\theta}{\partial \theta} = f_g + f_d + f_a \quad (8.39)$$

expression dans laquelle les différents termes du premier membre représentent respectivement les variations de  $a$  en fonction :

- du temps ;
- de sa propagation dans le plan de la surface libre à la vitesse  $c$  ;
- de son glissement fréquentiel à la vitesse  $c_\sigma$  en fonction des variations de  $\sigma$  ;
- de son glissement angulaire à la vitesse  $c_\theta$  en fonction de la réfraction ;

ceux du second membre représentent respectivement les termes de croissance et d'amortissement de  $a$  dus à :

- sa génération par le vent ;
- sa dissipation par le frottement sur le fond et le déferlement par la cambrure et la faible profondeur ;
- les interactions non linéaires entre les lames de différentes périodes.

La principale faiblesse de cette approche spectrale réside dans la difficulté à prendre en compte de manière rigoureuse le phénomène de diffraction à l'arrière des obstacles. Lorsque le site d'étude est confiné derrière une passe étroite par laquelle pénètre l'agitation incidente, il est donc préférable d'arrêter les calculs de génération-propagation devant la passe et de les utiliser pour alimenter un modèle elliptique, éventuellement parabolisé.

## 8.5. Approche stochastique à long terme

### 8.5.1. Problématique de l'approche stochastique à long terme

Lorsque la profondeur d'eau et les fetchs sont trop importants pour utiliser l'une des deux approches précédentes, il faut recourir à une méthode de traitement des statistiques d'états de mer sur le site. Les résultats obtenus au paragraphe 3.3 dans le cadre de l'analyse vague par vague ont été établis sous l'hypothèse de la stationnarité de l'état de mer. Ils ne sont donc pas directement applicables aux prévisions à long terme qui concernent une succession d'états de mer très différents à l'échelle de la durée de vie des ouvrages maritimes.

Le problème le plus délicat qui se pose lors d'une prévision stochastique à long terme, tient au fait qu'on cherche à estimer des valeurs extrêmes, rares à l'échelle de la durée de vie de l'ouvrage, à partir d'observations réalisées pendant une durée beaucoup plus courte, et souvent même inférieure à l'échelle de temps des variations climatiques périodiques caractéristiques du site. Un échantillon qui comprend un grand nombre de valeurs moyennes ou grandes mais au mieux un nombre limité de très grandes valeurs, peut être représentatif du comportement statistique de la majeure partie des états de mer, sans pour autant contenir suffisamment d'information sur les grandes valeurs pour permettre une extrapolation fiable des conditions extrêmes. Il existe donc une problématique de cohérence et de consistance entre le contenu statistique de l'échantillon de données disponibles et les informations qu'il est possible d'en tirer sur le long terme. Rien d'étonnant donc si les états de mer de projet évoluent sur un site donné au fur et à mesure que les observations s'accumulent. J. Larras (1979 [LAR 79]) souligne d'ailleurs à ce sujet qu'il est inutile de s'attarder à des extrapolations complexes tant qu'on ne dispose pas de séries d'enregistrements qui couvrent l'ensemble des bonnes et des mauvaises saisons pendant un strict minimum de cinq années consécutives. De son côté, R. Bonnefille (1992 [BON 92]) indique que les données doivent couvrir une durée supérieure à au moins deux hivers ; notons au passage qu'il existe des régions dans lesquelles les états de mer les plus sévères n'interviennent pas en hiver. J. Feuillet *et al.* (1987 [FEU 87]) proposent pour règle pratique que la durée de retour de l'évènement estimée par une loi d'extrapolation ne doit pas dépasser dix fois la durée d'observation. Dix années d'observations sont donc souhaitables pour estimer un évènement centennal.

Trois familles d'approches permettent d'effectuer des prévisions d'états de mer à long terme en procédant à une extrapolation stochastique de valeurs extrêmes.

- 1) La première repose sur le traitement des tables d'occurrences de l'échantillon complet.
- 2) La deuxième repose sur le traitement des statistiques d'évènements extrêmes régulièrement réparties dans le temps.
- 3) La troisième repose sur le traitement des valeurs maximales de l'échantillon qui dépassent un seuil donné.

### **8.5.2. Traitement des tables d'occurrences**

L'extrapolation à partir des tables d'occurrences consiste à ajuster une fonction de distribution à l'ensemble des données enregistrées (données horaires ou tri-horaires) qui sont indiquées soit en nombre d'observations, soit en fréquence d'observations (‰). Cette méthode présente l'inconvénient de ne pas assurer les conditions d'indépendance des données dont plusieurs ont été enregistrées au cours de chaque tempête. Elle est à écarter lorsqu'on dispose des séries de données et qu'il est possible de les trier. Elle est la seule possible lorsqu'on ne dispose que des tables d'occurrences des variables à traiter.

### **8.5.3. Evènements extrêmes régulièrement répartis**

L'extrapolation, à partir d'évènements extrêmes régulièrement répartis, consiste à ajuster une loi asymptotique aux seules valeurs extrêmes correspondant à une période donnée (valeur maximale journalière, mensuelle ou annuelle). Elle vérifie toutes les hypothèses qui sous-tendent

les développements théoriques. Elle présente toutefois l'inconvénient d'éliminer des valeurs, grandes mais pas maximales, qui pourraient enrichir l'analyse. Elle est particulièrement intéressante lorsque la série de donnée est suffisamment longue.

Les valeurs extrêmes que peut prendre une variable aléatoire dépendent uniquement du comportement asymptotique de sa fonction de probabilité de répartition  $F(H_T)$ . R.A. Fisher & L.H.C. Tippett (1928 [FIS 28]) ont montré qu'il existe trois types de distributions permettant de décrire le comportement asymptotique de la fonction de probabilité de répartition d'une distribution de données indépendantes régulièrement réparties. B.V. Gnedenko (1943 [GNE 43]) a ensuite montré que ces trois distributions sont les seules qui satisfont les conditions requises pour cela. Elles sont connues sous les noms de distributions asymptotiques de Fisher-Tippett de type I (FT-I ou Gumbel), de type II (FT-II ou Fréchet) et de type III (FT-III ou Weibull).

Lorsque tous les moments positifs de la distribution existent, le comportement asymptotique de sa fonction de probabilité de répartition  $F(H_T)$  est du type FT-I. Dans le cas contraire, il est de type FT-II si la variable n'a pas de borne inférieure ( $-\infty < H < +\infty$ ) ou de type FT-III si la variable aléatoire possède une borne inférieure positive ou nulle ( $0 < H_0 < H < +\infty$ ). Dans ces conditions, seules les deux distributions asymptotiques de type I et de type III satisfont les conditions nécessaires pour être compatibles avec la prédiction des caractéristiques des états de mer extrêmes. Certains auteurs ont toutefois utilisé d'autres lois, comme la loi de Fréchet (FT-II) ou la loi de Galton (Log-Normale).

Ces trois lois peuvent s'écrire sous un formalisme unique appelé distribution des extrêmes généralisés ou « Generalized Extreme Values distribution » (GEV) :

$$F(H_T) = P[H \geq H_T] = \exp \left[ - \left( 1 + \gamma \frac{H_T - H_0}{A} \right)^{1/\gamma} \right] \quad (8.40)$$

où :  $\gamma < 0$  correspond à la loi de Weibull,  $\gamma = 0$  à celle de Gumbel et  $\gamma > 0$  à celle de Fréchet.

L'asymptote de Gumbel possède deux paramètres, tandis que celle de Weibull en possède trois. Le choix n'est donc pas unique ; il est guidé par l'expérience et l'idée qu'il est, à priori, possible de se faire de la queue de la distribution initiale.

Sous réserve de disposer de données directionnelles, cette approche peut être mise en œuvre en tenant compte des incidences. Elle ne fournit malheureusement pas d'indication sur les corrélations entre les hauteurs et les périodes caractéristiques des états de mer.

### 8.5.3.1. Moments de la distribution

Les quatre premiers moments de la distribution de la variable aléatoire  $x_i$   $i \in [1, N]$  s'écrivent :

$$\begin{aligned} \mu_1 = \bar{x} &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i & \mu_2 &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 \\ \mu_3 &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^3 & \mu_4 &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^4 \end{aligned} \quad (8.41)$$

leurs significations sont les suivantes :

- le premier moment  $\mu_1 = \bar{x}$  représente la valeur moyenne  $\bar{x}$  de l'échantillon ;
- le deuxième moment  $\mu_2 = V = \sigma^2$  représente la variance  $V$  de l'échantillon (carré de l'écart type  $\sigma$ ) ;
- le troisième moment  $\mu_3 = \gamma_1 \sigma^3$  caractérise l'asymétrie  $\gamma_1$  de l'échantillon qui s'exprime également à partir du premier quotient de moment  $\beta_1$  par :  $\beta_1 = \mu_3^2 / \mu_2^3 = \mu_3^2 / \sigma^6 = \gamma_1^2$  ;
- le quatrième moment  $\mu_4$  est lié au deuxième quotient de moments  $\beta_2$  par :  $\beta_2 = \mu_4 / \mu_2^2 = \mu_4 / \sigma^4$

L'écart type et le coefficient d'asymétrie non biaisés s'écrivent respectivement :

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2} = \sqrt{\frac{N}{N-1} \mu_2}$$

$$\gamma_1 = \frac{N}{(N-1)(N-2)} \sum_{i=1}^N \left( \frac{x_i - \bar{x}}{\sigma} \right)^3 = \frac{N}{(N-1)(N-2)} \frac{\mu_3}{\sigma^3} \quad (8.42)$$

### 8.5.3.2. Loi de Gumbel (FT-I)

La première asymptote de Gumbel est une loi en double exponentielle dont la fonction de densité de probabilité s'écrit (E.J. Gumbel 1958 [GUM 58]) :

$$f(H_T) = \frac{1}{A} \exp \left[ -\frac{H_T - H_0}{A} - \exp \left( -\frac{H_T - H_0}{A} \right) \right] \quad (8.43)$$

sa fonction de répartition se présente alors sous la forme :

$$F(H_T) = P[H \geq H_T] = 1 - \exp \left[ -\exp \left( -\frac{H_T - H_0}{A} \right) \right] \quad (8.44)$$

expression qui s'inverse de la manière suivante :

$$H_T = H_0 + AU_T \quad \text{avec :} \quad U_T = -\ln[-\ln(1 - F(H_T))] \quad (8.45)$$

L'asymptote de Gumbel est une loi à deux paramètres  $H_0$  et  $A$  qui sont reliés à la valeur moyenne  $\bar{H}_T$  et à l'écart type  $\sigma$  par les expressions suivantes :

$$\bar{H}_T = H_0 + \gamma A \quad \sigma = \frac{\pi}{\sqrt{6}} A \quad (8.46)$$

où  $\gamma = 0.57722$  est la constante d'Euler. La détermination des deux paramètres de la loi de Gumbel ne nécessite pas la mise en œuvre de moyens informatiques lourds.

L'incertitude liée à la fluctuation de l'échantillonnage est évaluée au moyen d'un intervalle de confiance associé au niveau  $1 - \alpha$  :

$$P[H_{T0} - z_{1-\alpha/2} \sigma_T < H_T < H_{T0} + z_{1-\alpha/2} \sigma_T] = 1 - \alpha \quad (8.47)$$

où  $z_{1-\alpha/2}$  désigne le quantile de la variable normale centrée réduite correspondant au niveau  $1 - \alpha$  choisi pour l'intervalle de confiance (1.036 pour 70% et 1.645 pour 90%) et où  $\sigma_T$  est évalué par la formule de Dick et Darwin :

$$\sigma_T = \frac{\sigma}{N-1} \sqrt{0.709923 + 0.116570 U_T + 0.668725 U_T^2} \quad (8.48)$$

### 8.5.3.3. Loi de Weibull (FT-III)

L'asymptote de Weibull est une loi en exponentielle de puissance dont la fonction de densité de probabilité s'écrit (E.J. Gumbel 1958 [GUM 58]) :

$$f(H_T) = \frac{k}{A} \left( \frac{H_T - H_0}{A} \right)^{k-1} \exp \left[ - \left( \frac{H_T - H_0}{A} \right)^k \right] \quad (8.49)$$

expression dans laquelle  $k$  est un paramètre de forme positif qui peut varier typiquement entre 0.75 et 5.0 dans les applications qui nous intéressent ici. La fonction de répartition de cette loi se présente sous la forme :

$$F(H_T) = P[H \geq H_T] = \exp \left[ - \left( \frac{H_T - H_0}{A} \right)^k \right] \quad (8.50)$$

expression qui s'inverse de la manière suivante :

$$H_T = H_0 + AU_T^{1/k} \quad \text{avec :} \quad U_T = -\ln F(H_T) \quad (8.51)$$

L'asymptote de Weibull est une loi à trois paramètres  $H_0$ ,  $A$  et  $k$  qui sont reliés à la valeur moyenne  $\bar{H}_T$ , à l'écart type  $\sigma$  et au coefficient d'asymétrie  $\gamma_1$  par les expressions suivantes, dans lesquelles  $\Gamma(1+x)$  désigne la fonction factorielle réelle :

$$\begin{aligned} \bar{H}_T &= H_0 + A\Gamma \left( 1 + \frac{1}{k} \right) \\ \sigma &= A\sqrt{\Gamma \left( 1 + \frac{2}{k} \right) - \Gamma^2 \left( 1 + \frac{1}{k} \right)} \\ \gamma_1 &= \sqrt{\beta_1} = \frac{\Gamma \left( 1 + \frac{3}{k} \right) - 3\Gamma \left( 1 + \frac{2}{k} \right) \Gamma \left( 1 + \frac{1}{k} \right) + 2\Gamma^3 \left( 1 + \frac{1}{k} \right)}{[\Gamma \left( 1 + \frac{2}{k} \right) - \Gamma^2 \left( 1 + \frac{1}{k} \right)]^{3/2}} \\ \beta_2 &= \frac{\Gamma \left( 1 + \frac{4}{k} \right) - 4\Gamma \left( 1 + \frac{3}{k} \right) \Gamma \left( 1 + \frac{1}{k} \right) + 6\Gamma \left( 1 + \frac{2}{k} \right) \Gamma^2 \left( 1 + \frac{1}{k} \right) - 3\Gamma^4 \left( 1 + \frac{1}{k} \right)}{[\Gamma \left( 1 + \frac{2}{k} \right) - \Gamma^2 \left( 1 + \frac{1}{k} \right)]^2} \end{aligned} \quad (8.52)$$

L'incertitude liée à la fluctuation de l'échantillonnage est évaluée au moyen d'un intervalle de confiance associé au niveau  $1 - \alpha$ , de la même manière que dans le cas de l'asymptote de Gumbel (voir expression 8.47). Toutefois,  $\sigma_T$  doit être réévalué. Nous reprendrons pour cela le même raisonnement que celui conduit par Dick et Darwin. Nous poserons :

$$\begin{aligned} H_T &= H_0 + AU_T^{1/k} \\ &= H_0 + A\Gamma \left( 1 + \frac{1}{k} \right) + A \left[ U_T^{1/k} - \Gamma \left( 1 + \frac{1}{k} \right) \right] = \bar{H}_T + \sigma K_T \end{aligned} \quad (8.53)$$

avec :

$$K_T = \frac{U_T^{1/k} - \Gamma \left( 1 + \frac{1}{k} \right)}{\sqrt{\Gamma \left( 1 + \frac{2}{k} \right) - \Gamma^2 \left( 1 + \frac{1}{k} \right)}} \quad (8.54)$$

La variance de  $H_T$  s'écrit :

$$\begin{aligned} \text{cov}(H_T) &= \text{cov}(\overline{H}_T + \sigma K_T) \\ &= \text{cov}(\overline{H}_T) + K_T^2 \text{cov}(\sigma) + 2K_T \text{cov}(\overline{H}_T, \sigma) \end{aligned} \quad (8.55)$$

Les différents termes de cette équation s'écrivent (E.J. Gumbel 1958 [GUM 58]) :

$$\begin{aligned} \text{cov}(\overline{H}_T) &= \frac{\mu_2}{N} = \frac{\sigma^2}{N} \\ \text{cov}(\sigma) &= \frac{\mu_4 - \mu_2^2}{4\mu_2 N} = \frac{\mu_4 - \sigma^4}{4N\sigma^2} = \frac{\mu_2}{4N}(\beta_2 - 1) = \frac{\sigma^2}{4N}(\beta_2 - 1) \\ \text{cov}(\overline{H}_T, \sigma) &= \frac{\mu_3}{2\mu_2 N} = \frac{\sqrt{\mu_2^3 \beta_1}}{2\mu_2 N} = \frac{\sigma}{2N} \sqrt{\beta_1} \end{aligned} \quad (8.56)$$

en les introduisant dans l'équation 8.55, nous obtenons :

$$\begin{aligned} \text{cov}(H_T) &= \frac{\mu_2}{N} + 2 \frac{\mu_3}{2\mu_2 N} K_T + \frac{\mu_4 - \mu_2^2}{4\mu_2 N} K_T^2 \\ &= \frac{\sigma^2}{N} \left[ 1 + \frac{\sqrt{\beta_1}}{\sigma} K_T + \frac{(\beta_2 - 1)}{4} K_T^2 \right] \end{aligned} \quad (8.57)$$

d'où l'expression de  $\sigma_T$ , dans laquelle  $K_T$  est défini par l'expression 8.54 :

$$\sigma_T = \frac{\sigma}{\sqrt{N-1}} \sqrt{1 + \frac{\gamma_1}{\sigma} K_T + \frac{(\beta_2 - 1)}{4} K_T^2} \quad (8.58)$$

Nous remarquerons enfin que  $k = 1$  et  $k = 2$  correspondent respectivement aux lois de Laplace et de Larras.

#### 8.5.4. Méthode du renouvellement (POT)

La troisième méthode prend en considération les statistiques à long terme des tempêtes les plus sévères, c'est-à-dire des événements les plus rares mais dont la répartition dans le temps n'a aucune raison d'être aussi régulière que précédemment. Elle conserve toutes les informations disponibles susceptibles d'apporter des informations sur les grandes valeurs, mais elle présente l'inconvénient de ne pas utiliser des valeurs régulièrement réparties dans le temps. Elle a été développée pour permettre d'optimiser le traitement de séries de données pas très longues.

Lorsque la durée des observations est trop courte pour permettre un traitement fiable, il reste possible, sous certaines hypothèses, d'obtenir une estimation indirecte des durées de retour des houles maximales à partir des informations les plus significatives sur les probabilités des fortes houles, c'est à dire les hauteurs de houle maximales de chaque tempête supérieures à un seuil donné.

Cette méthode de détermination de la houle de projet dite « par renouvellement », ou POT « Peaks Over Threshold », a été mise au point par le L.N.H. d'EDF Chatou (J. Feuillet *et al.* 1987 [FEU 87]). Elle suppose donc que, pour un site donné, toutes les tempêtes caractérisées par une

hauteur  $H$  supérieure à un seuil donné  $H_0$  soient connues sur une durée de plusieurs années. Le seuil  $H_0$  est censé être suffisamment élevé pour que deux tempêtes successives puissent être supposées statistiquement indépendantes. Le choix de ce seuil est sans doute le point le plus délicat pour la mise en œuvre de cette méthode et la fiabilité de son résultat.

Soit  $N$  la variable aléatoire du nombre annuel de tempêtes sélectionnées au-dessus du seuil  $H_0$ . La probabilité  $p(n)$  qu'il y ait, au cours d'une année donnée,  $n$  tempêtes de hauteur supérieure au seuil  $H_0$  peut être représentée par une loi de probabilité paramétrique correspondant à des événements relativement rares, d'espérance mathématique  $E(N)$  et de variance  $V(N)$ , ajustée sur les réalisations  $n_j$  de  $N$  au cours de la période d'observation :

- Loi de Poisson :  $p(n) = \exp(-\lambda) \frac{\lambda^n}{n!}$ , avec  $E(N) = V(N) = \lambda$  ;
- Loi de Polya (binomiale négative) :  $p(n) = \frac{\Gamma(r+n)}{n! \Gamma(r)} q^r (1-q)^n$ , avec  $E(N) = \frac{r(1-q)}{q}$  et  $V(N) = \frac{r(1-q)}{q^2}$ .

Soit  $F'(H_T)$  la fonction de probabilité de répartition des tempêtes de hauteur  $H_T$  supérieure au seuil  $H_0$ . La probabilité pour que la hauteur maximale  $H_{\max}$  d'une tempête ayant dépassé le seuil  $H_0$  soit supérieure à une valeur  $H_T$  est égale à l'unité diminuée de la probabilité qu'elles soient, chaque année, toutes comprises entre  $H_0$  et  $H_T$  :

$$P[H_{\max} \geq H_T | H_T > H_0] = 1 - \sum_{n=0}^{\infty} p(n) [1 - F'(H_T)]^n \quad (8.59)$$

Si  $F'(H_T)$  est suffisamment proche de zéro, ce qui est vérifié à deux conditions :

- que l'échantillon de tempêtes observées soit assez important, ce qui suppose que la hauteur  $H_0$  du seuil soit suffisamment petite et que la durée d'observation soit assez longue ;
- que la hauteur considérée  $H_T$  soit assez grande c'est à dire que sa probabilité d'occurrence soit suffisamment petite (vague décennale, trentennale, cinquantiennale ou centennale).

il est possible de s'affranchir de la représentation de  $p(n)$  en considérant la forme asymptotique de l'équation 8.59 :

$$\begin{aligned} P[H_{\max} \geq H_T | H_T > H_0] &\simeq 1 - \sum_{n=0}^{\infty} p(n) [1 - nF'(H_T)] \\ &= E(N)F'(H_T) = \frac{F'(H_T)}{D(N)} \end{aligned} \quad (8.60)$$

où  $D(N)$  est la durée moyenne, comptée en années, qui sépare deux tempêtes, c'est-à-dire le rapport entre le nombre d'années d'observation et le nombre de tempêtes observées. La durée de retour associée à la hauteur  $H_T$  s'écrit alors :

$$T \simeq \frac{1}{E(N)F'(H_T)} = \frac{D(N)}{F'(H_T)} \quad (8.61)$$

Si le nombre d'années d'observation est insuffisant pour évaluer  $E(N)$  avec une précision acceptable, il est possible d'appliquer la méthode avec le mois et non l'année comme unité de



période. Soit en désignant par  $M$  la variable aléatoire correspondant au nombre mensuel de tempêtes de hauteur supérieure au seuil  $H_0$  :

$$T \simeq \frac{1}{12E(N)F'(H_T)} = \frac{D(M)}{12F'(H_T)} \quad (8.62)$$

La probabilité  $F'(H_T)$ , difficile à manier sous forme numérique, peut être représentée par une loi de probabilité paramétrique ajustée sur les fréquences observées. Il est d'usage de recourir aux mêmes lois que dans le cas d'évènements régulièrement répartis, mais en remarquant que les conclusions des théorèmes de Fisher-Tippett et de Gnedenko ne s'appliquent plus. Les distributions paramétriques les plus couramment utilisées sont donc :

- Première loi de Laplace :  $F'(H_T) = \exp\left(-\frac{H_T - H_0}{A}\right)$  ;
- Loi de Gumbel :  $F'(H_T) = 1 - \exp\left[-\exp\left(-\frac{H_T - H_0}{A}\right)\right]$  ;
- Loi de Weibull :  $F'(H_T) = \exp\left(-\frac{(H_T - H_0)^k}{A}\right)$ .

le paramètre  $A$  étant approximé par la moyenne des  $H_T - H_0$  (ou  $(H_T - H_0)^k$ ) pour l'ensemble des tempêtes sélectionnées.

A partir d'un nombre suffisamment important d'enregistrements, effectués systématiquement sur un grand nombre d'années, l'estimation des valeurs extrêmes à long terme ne devrait plus poser de problème insurmontable.

## 8.6. Transfert des houles du large à la côte

Il arrive souvent que les données d'observations directes sur le site ne soient pas suffisamment nombreuses pour permettre une détermination des états de mer de projet. Il faut alors utiliser les données issues d'observations de différentes natures (bouées, navires météorologiques, navires sur les routes commerciales, satellites, etc.) qui concernent les états de mer au large en mer ouverte et en grande profondeur.

### 8.6.1. Transformations de la houle à l'approche des côtes

En se propageant du large jusqu'à la côte, la houle se déforme sous les effets de divers phénomènes physiques qui se manifestent plus ou moins suivant les caractéristiques géographiques de la zone considérée. Ce sont :

1) La propagation qui caractérise la transmission d'un signal d'un point à un autre de l'espace. Chaque composante d'un train de houles avance avec sa célérité propre qui croît avec la période. La tête des trains devient donc de plus en plus riche en lames de plus en plus longues, tandis que la queue des trains devient de plus en plus riche en lames de plus en plus courtes. Ce phénomène, qui modifie la forme des spectres d'énergie et leurs périodes moyennes, relève de l'analyse spectrale.

2) L'évolution de la profondeur qui modifie les caractéristiques de la houle (hauteur, longueur d'onde, ...) à flux d'énergie constant. C'est le phénomène de « shoaling ». Ce phénomène relève de considérations énergétiques à période constante dans le plan vertical.

3) La réfraction de la houle qui caractérise les changements de direction et de vitesse qui interviennent lorsque la houle traverse une zone hétérogène. C'est le cas lorsque les fonds remontent doucement ou présentent une marche. Comme la vitesse de propagation de la houle croît avec la profondeur, la ligne de crête se déforme et tend à devenir normale à la ligne de plus grande pente. La réfraction tend donc à faire converger la houle derrière des hauts fonds et à la faire diverger derrière des dépressions bathymétriques. C'est également le cas lorsqu'il existe un gradient de courant. Ce phénomène est purement géométrique ; il relève des lois de Snell-Descartes.

4) La diffraction de la houle qui caractérise la réaction du fluide à un gradient d'amplitude d'onde. Elle existe en particulier lorsque l'onde arrive sur une digue. Une partie du plan d'eau au delà de la digue voit arriver l'onde incidente, tandis que l'autre partie ne la voit pas. La différence d'amplitude se traduit par une diffraction de l'onde derrière la digue. Il en est de même derrière tous les obstacles. La réfraction peut engendrer des gradients d'amplitude importants ; la diffraction tendra à réduire la concentration d'énergie qui en résulte. Ce phénomène relève de considérations énergétiques à période constante dans le plan horizontal.

5) La dissipation d'énergie qui est due à la viscosité dans la masse et au frottement sur le fond. Elle atténue la hauteur de la houle. Ce phénomène relève de considérations empiriques pour définir des coefficients de frottement selon les régimes de la couche limite sur le fond (laminaire, transitionnelle ou turbulente).

6) Le déferlement de la houle qui se produit lorsque la vitesse orbitale devient supérieure à la célérité de l'onde : l'eau tend alors à sortir du profil de la houle, transformant ainsi l'énergie ondulatoire en courant puis en chaleur par frottement et dissipation. Ce phénomène relève de considérations empiriques pour définir des types de déferlement (critères d'apparition du déferlement et de limitation de l'énergie).

7) Les échanges d'énergie entre les différentes composantes fréquentielles de l'état de mer. Ce phénomène est généralement négligeable, en grande profondeur, pour les états de mer sortis de leur zone de génération. Il est important dans la zone de génération par le vent et lors de la propagation d'un état de mer en faible profondeur.

8) La réflexion de la houle qui caractérise le retour d'une onde après sa rencontre avec un obstacle ou une limite. Dans le cas des ondes de surface libre il y a bien sûr réflexion sur des limites spatiales (quai, digue, falaise, plage, etc.), mais aussi sur les discontinuités du fond (hauts fonds, talus sous-marins raides, etc.). Ce phénomène est purement géométrique ; il relève des lois de Snell-Descartes

### **8.6.2. Modèles d'approche**

Pour bien connaître les états de mer de projet à prendre en compte lors de la réalisation d'ouvrages côtiers, il est nécessaire d'amener les états de mer du large (où ses caractéristiques statistiques sont connues) jusqu'à la côte en utilisant un modèle numérique. Dans ce type d'analyse, l'essentiel de l'information se propage dans la direction de la houle, et le suivi des réflexions sur la côte et les obstacles est alors, sauf cas particuliers, d'un intérêt mineur. Il est alors possible d'utiliser un modèle d'agitation simplifié appelé modèle d'approche.

Il existe trois classes de modèles d'approche qui ne prennent pas en compte les huit phénomènes précédemment cités, ou le font en admettant des approximations plus ou moins sévères sur certains d'entre eux. Ils font tous l'impasse sur la réflexion et prennent tous en compte la propagation, le shoaling, la réfraction due aux variations de la profondeur et parfois la réfraction due aux variations de la vitesse du courant, la dissipation d'énergie par frottement et par déferlement. Les différences entre les classes de modèles portent donc sur la diffraction et sur le transfert d'énergie entre les différentes composantes fréquentielles :

1) Les modèles de réfraction pure qui travaillent dans le domaine temporel. Fondés sur une méthode de rayons, ils ne prennent pas en compte la diffraction et ne permettent pas de suivre la houle lors du contournement d'obstacles ou de hauts-fonds, ni de décrire l'évolution de la hauteur de la houle dans une focalisation. Ils font également l'impasse sur les échanges d'énergie entre les différentes composantes fréquentielles.

2) Les modèles de réfraction-diffraction qui travaillent dans le domaine temporel. Fondés sur une parabolisation plus ou moins performante de l'équation elliptique de Berkhoff, ils tiennent compte de la diffraction et sont les seuls à pouvoir réellement modéliser la houle lorsque le gradient de hauteur le long des crêtes devient important, voire localement le phénomène prépondérant (contournement d'obstacles ou de hauts-fonds, focalisation, etc.). Ils font l'impasse sur les échanges d'énergie entre les différentes composantes fréquentielles.

3) Les modèles de génération-propagation qui travaillent dans le domaine spectral. Certains d'entre eux incluent une formulation plus ou moins convaincante de la diffraction (SWAN). Ils permettent de tenir compte des échanges d'énergie entre les différentes composantes fréquentielles des états de mer.

\*  
\* \*



## Chapitre 9

# Modélisation de la houle irrégulière

### 9.1. Modélisation à partir de la théorie linéaire

La résolution du problème aux limites dont les équations de surface libre ont été linéarisées a conduit à une solution élémentaire définie, pour une profondeur  $h$  donnée, par la période  $T$ , la direction de propagation  $\beta$  et la hauteur crête à creux  $H$ . La période - ou plus exactement la pulsation  $\omega$  - est reliée au nombre d'onde  $k$  par la relation de dispersion.

Une telle solution qui représente une houle plane régulière, ne permet évidemment pas de caractériser un état de mer réel.

Il convient cependant de remarquer que le problème aux limites étant homogène, il admet pour solution générale toute combinaison linéaire de solutions élémentaires.

Dans ces conditions, un état de mer quelconque peut être, à priori, représenté par une superposition de houles planes régulières solution générale du problème aux limites linéarisé.

La dénivelée de la surface libre se présente alors sous la forme suivante :

$$\eta(M; t) = \lim_{M \rightarrow \infty} \sum_{j=1}^M \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^N \frac{H_i}{2} \sin [k_i (x \cos (\beta - \theta_j) + y \sin (\beta - \theta_j)) - \omega_i t + \psi_i] \quad (9.1)$$

expression dans laquelle  $\psi_i$  représente les déphasages des ondes entre elles. Si  $\psi_i$  est une fonction aléatoire uniformément répartie sur l'intervalle  $[0, 2\pi]$ , le processus aléatoire défini par  $\eta(M; t)$  est gaussien, stationnaire et possède une moyenne nulle.

Les valeurs de  $\omega_i$  peuvent, à priori, être définies sur l'intervalle  $[0, \infty[$ , ou plus exactement  $[0, \omega_N]$  par la relation :

$$\omega_i = i \Delta \omega \quad (9.2)$$

avec :

$$\Delta \omega = \frac{\omega_N}{N} \quad (9.3)$$

la relation de dispersion suivante devant être vérifiée :

$$\omega_i^2 = g k_i \operatorname{th} k_i h \quad (9.4)$$

Toutefois, cela peut engendrer des erreurs considérables lors de l'utilisation d'un tel signal pour simuler le comportement de structures à la mer. En effet, les  $\omega_i$  étant des multiples d'une même valeur  $\Delta\omega$ , l'excitation basse fréquence aux pulsations  $\omega_i - \omega_j$  peut être outrée. Il en est de même de l'excitation haute fréquence aux pulsations  $\omega_i + \omega_j$ . Il convient donc dans la pratique, soit de discrétiser en période, soit de procéder pour chaque valeur  $\omega_i$  à un tirage au sort dans l'intervalle  $[i\Delta\omega, (i+1)\Delta\omega]$ .

Dans le cas d'une houle monodirectionnelle de direction  $\beta$ , l'expression 9.1 se réduit à la forme suivante :

$$\eta(M; t) = \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^N \frac{H_i}{2} \sin [k_i (x \cos \beta + y \sin \beta) - \omega_i t + \psi_i] \quad (9.5)$$

L'énergie moyenne de la houle par unité de surface s'écrit alors :

$$e = \frac{1}{8} \rho g \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^N H_i^2 \quad (9.6)$$

## 9.2. Modélisation d'un spectre de houle

Les états de mer sont caractérisés par des spectres de houle, qui sont définis à partir de la fonction densité spectrale d'énergie  $\phi_{\eta\eta}$ . L'énergie moyenne par unité de surface s'écrit, en fonction de cette densité spectrale :

$$e = \rho g \int_0^{\infty} \phi_{\eta\eta} d\omega \quad (9.7)$$

Ce qui s'écrit en fonction des  $\omega_i$  après discrétisation du spectre :

$$e = \rho g \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^N \phi_{\eta\eta}(\omega_i) \Delta\omega \quad (9.8)$$

En rapprochant les expressions 9.6 et 9.8, il vient pour chaque composante élémentaire :

$$e(H_i) = \frac{1}{8} \rho g H_i^2 = \rho g \phi_{\eta\eta}(\omega_i) \Delta\omega \quad (9.9)$$

d'où l'expression de  $H_i$  vérifiant les conditions imposées par le spectre d'énergie :

$$\frac{H_i}{2} = \sqrt{2\phi_{\eta\eta}(\omega_i) \Delta\omega} \quad (9.10)$$

Ainsi, l'état de mer défini par une densité spectrale d'énergie  $\phi_{\eta\eta}$  peut être modélisé, pour une profondeur  $h$  donnée, par la dénivelée :

$$\eta(M; t) = \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^N \sqrt{2\phi_{\eta\eta}(\omega_i) \Delta\omega} \sin [k_i (x \cos \beta + y \sin \beta) - \omega_i t + \psi_i] \quad (9.11)$$

à laquelle est associé le potentiel des vitesses :

$$\phi(M; t) = - \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^N \frac{g}{\omega_i} \sqrt{2\phi_{\eta\eta}(\omega_i)\Delta\omega} \cos [k_i (x \cos \beta + y \sin \beta) - \omega_i t + \psi_i] \quad (9.12)$$

Il est alors possible d'en déduire les autres grandeurs (pression, vitesses, accélérations, etc.).

Le processus étant gaussien à moyenne nulle, sa densité de probabilité est donnée par l'expression :

$$p(\eta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_\eta} \exp\left(-\frac{\eta^2}{2\sigma_\eta^2}\right) \quad (9.13)$$

avec :

$$\sigma_\eta^2 = E(\eta^2) = \int_0^\infty \phi_{\eta\eta}(\omega) d\omega \quad (9.14)$$

\*  
\* \*





## Chapitre 10

# Vagues d'accompagnement des navires

### 10.1. Vagues d'accompagnement des navires

En se déplaçant sur un plan d'eau, un navire engendre des champs de vagues qui se développent très loin derrière lui, jusqu'à leur amortissement complet par les effets visqueux. Ces vagues accompagnent le navire à sa propre vitesse  $U$ , si bien qu'elles semblent immobiles dans un repère lié au navire. Ils peuvent avoir une période et une hauteur du même ordre de grandeur que les agitations levées par le vent et doivent donc être pris en compte dans de nombreux projets de brise-lames fixes ou flottants.

En dehors même des risques de collision des bateaux dans les zones d'accès ou de manœuvres, les excès de vitesse sont donc très néfastes pour l'agitation des plans d'eau et le confort, voire la sécurité, des petits navires.

Lorsqu'un navire se déplace dans un chenal dont les dimensions ne sont pas grandes devant ses propres dimensions, il s'enfonce dans l'eau de manière importante sous l'effet de sa vitesse sur l'eau. Ce phénomène qui peut modifier ses champs de vagues doit être abordé au préalable.

#### 10.1.1. Surenfoncement des navires

Lorsqu'un navire se déplace sur un plan d'eau initialement au repos, les valeurs réelles de son tirant d'eau et de son assiette sont sensiblement différentes de celles de l'équilibre statique. Ces écarts dépendent des formes de la carène, de la bathymétrie et de la vitesse de route (J. Bougis 1984 [BOU 84]). Ce phénomène ne peut pas être négligé lors de l'étude du comportement hydrodynamique d'un navire de taille relativement importante évoluant en eau confinée ou au dessus d'obstacles, l'étude sur houle devant être effectuée à partir de la position moyenne dynamique.

L'évaluation précise du surenfoncement d'un navire en eau calme se fait au moyen d'un modèle numérique ou physique. Dans le cadre des études de vagues d'accompagnement, l'utilisation de formules empiriques est suffisante pour obtenir des ordres de grandeur satisfaisants. Les formules les plus utilisées sont celles de Huuska et de Barras (L. Ribadeau Dumas 1982 [RIB 82]).

Désignons par :

–  $E_{\max}$  le surenfoncement maximal (à l'avant ou à l'arrière),

- $L$  la longueur de la carène (longueur entre perpendiculaires du navire),
- $B$  la largeur de la carène,
- $D$  le tirant d'eau du navire à l'arrêt,
- $W$  le volume de la carène,
- $S_f$  la surface de flottaison de la carène,
- $C_B$  le coefficient de bloc :  $C_B = W/LBD$ ,
- $C_W$  le coefficient de flottaison :  $C_W = S_f/LB$ ,
- $h$  la profondeur d'eau dans le chenal,
- $w$  la largeur du chenal,
- $S$  le facteur de blocage :  $S = BD/wh$ ,
- $S_2$  le facteur de blocage secondaire :  $S_2 = S/(1 - S)$ ,
- $U$  la vitesse du navire,
- $Fh$  le nombre de Froude du navire :  $Fh = U/\sqrt{gh}$ ,
- $g$  l'accélération de la gravité terrestre.

#### 10.1.1.1. Formule de Huuska

La formule proposée par O. Huuska en 1976 se présente sous la forme suivante (unités SI) :

$$e_{\max} = \frac{BD}{L} C_B (C_z + 0.5C_\theta) \frac{Fh^2}{\sqrt{1 - Fh^2}} \quad ; \quad Fh < 1.0 \quad (10.1)$$

expression dans laquelle :

- $(C_z + 0.5C_\theta)$  est un coefficient dont la valeur moyenne est compris entre 2.0 et 2.4.
- $K_S$  est un coefficient qui dépend du rapport entre la section du navire et celle du chenal. Il est égal à 1 pour les chenaux dont la largeur est supérieure à 5 fois celle du navire et dont la pente des talus est douce.
- $K_L$  est un coefficient qui prend en compte l'éloignement et la forme des berges. Il est égal à 1 pour les chenaux dont la largeur est supérieure à 5 fois celle du navire. Il peut atteindre 1.5 à 2.0 pour chenaux présentant des talus raides distants du navire de l'ordre de grandeur de sa largeur.

#### 10.1.1.2. Première formules de Barras

La formule proposée par C.B. Barras en 1978 s'écrit :

$$e_{\max} = \frac{C_B}{30} S_2^{2/3} U^{2.08} \quad ; \quad Fh < 1.0 \quad ; \quad 1.1 \leq \frac{h}{D} \leq 1.5 \quad (10.2)$$

$e_{\max}$  est exprimé en mètres tandis que  $U$  est exprimée en nœuds.

Dans le cas de chenaux très larges ou très profonds, le facteur de blocage tend vers zéro, or il existe toujours un surenfoncement. Dans ces conditions, cette formule ne peut rester valable qu'en introduisant les notions de « largeur d'influence » et de « profondeur d'influence » définies par :

$$\begin{aligned} \lim \frac{w}{B} &= 7.70 + 45.00(1 - C_W)^2 \\ \lim \frac{h}{D} &= 4.95 + 52.68(1 - C_W)^2 \end{aligned} \quad (10.3)$$

formules qui montrent que, compte tenu des valeurs habituelles du coefficient de flottaison, les limites d'influence du navire autour de lui sont en horizontal de l'ordre de 5 fois sa largeur de part et d'autre et en vertical de l'ordre de 7 fois son tirant d'eau.

### 10.1.1.3. *Seconde formules de Barras*

Pour permettre l'évaluation du surenfoncement par les marins à bord des navires, C.B. Barras a proposée une autre formule simplifiée, dite formule de sécurité, qui s'écrit :

$$e_{\max} = \frac{C_B}{100} U^2 \quad ; \quad Fh < 1.0 \quad ; \quad \text{Eau libre} (S \simeq 0.15)$$

$$e_{\max} = \frac{C_B}{50} U^2 \quad ; \quad Fh < 1.0 \quad ; \quad \text{Eau confinée} (S \simeq 0.30) \quad (10.4)$$

$e_{\max}$  est exprimé en mètres tandis que  $U$  est exprimée en nœuds.

### 10.1.2. *Cinématique des champs de vagues*

Différents phénomènes influencent les caractéristiques cinématiques (forme, célérité) des champs de vagues. Ce sont essentiellement :

- l'existence d'un courant, en particulier dans un fleuve ou dans un estuaire,
- la limitation de la profondeur d'eau,
- le confinement latéral dû à la présence des berges.

Nous commencerons donc par analyser les champs de vagues en milieu illimité avant d'aborder les modifications dues à chacun de ces phénomènes.

#### 10.1.2.1. *Champs de vagues en eau libre*

Considérons pour commencer un plan d'eau de grande étendue et de profondeur importante vis-à-vis des longueurs d'onde des vagues, et supposons qu'il est au repos avant le passage du navire ; c'est-à-dire qu'il n'y a pas de courant.

Vues de loin, les vagues d'accompagnement asymptotiques d'un navire sont dissociées en deux systèmes (voir figure 10.1), le premier est généré par la proue (avant) et le second est généré par la poupe (arrière). Chaque système se décompose en deux champs de vagues. Dans l'axe du navire, le premier champ est transversal (traits pleins) : ses crêtes sont normales à l'axe de déplacement du navire, tandis que le second est divergent (traits tiretés) : ses crêtes sont tangentes à l'axe de déplacement du navire. Les lignes de crêtes sont des développantes particulières d'hypocycloïdes à quatre rebroussement (astroïdes<sup>1</sup>). Les lignes de crêtes se déduisent les unes des autres par une similitude dont le centre est situé sur l'axe du navire. Ces deux champs s'incurvent de part et d'autre de l'axe du navire pour se rejoindre, les crêtes sont alors parallèles entre elles mais déphasées de  $90^\circ$ , le long du dièdre de Kelvin qui suit le navire à  $\chi \pm 19^\circ 28' 16''$  ( $\arctg 1/\sqrt{8}$ ) de part et d'autre de son axe. Le long du dièdre, la normale aux crêtes forme un angle de  $\theta = \pm 35^\circ 15' 52''$  ( $\arctg 1/\sqrt{2}$ ) avec l'axe du navire. Dans la pratique,

1. Une astroïde s'obtient en faisant rouler sans glisser un cercle de rayon donné  $R$  à l'intérieur d'un cercle de rayon  $4R$ .

selon les caractéristiques et les dimensions de la carène, il n'est pas toujours possible de faire la distinction entre les deux systèmes.

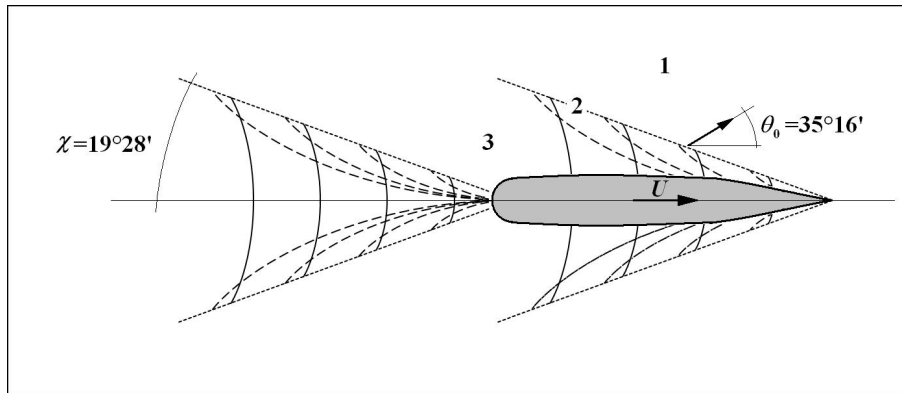


Figure 10.1. Champs de vagues d'accompagnement en eau libre

L'amplitude de chaque champ de vagues décroît plus ou moins rapidement selon les zones de la surface libre :

- à l'extérieur du dièdre de Kelvin (zone 1), elle est inversement proportionnelle à la distance parcourue ;
- le long du dièdre de Kelvin (zone 2), elle est inversement proportionnelle à la racine cubique de la distance parcourue ;
- à l'intérieur du dièdre de Kelvin (zone 3), elle est inversement proportionnelle à la racine carrée de la distance parcourue.

Ce sont donc les vagues le long du dièdre de Kelvin qui se propagent le plus loin et qui sont essentiellement responsables des désagréments causés par le batillage.

Si la hauteur de l'onde de batillage est directement liée à la taille du navire et à sa vitesse, la période  $T$  et la longueur d'onde  $\lambda$  des vagues sont essentiellement liées à la vitesse  $U$  du navire. En désignant par  $C(\theta)$  la célérité de l'onde qui se déplace selon une direction  $\theta$  avec l'axe du navire, nous pouvons écrire :

$$C(\theta) = U \cos \theta \quad (10.5)$$

d'où :

$$\begin{aligned} T(\theta) &= \frac{2\pi}{g} C(\theta) = \frac{2\pi}{g} U \cos \theta \leq \frac{2\pi}{g} U \\ \lambda(\theta) &= \frac{2\pi}{g} C^2(\theta) = \frac{2\pi}{g} U^2 \cos^2 \theta \leq \frac{2\pi}{g} U^2 \end{aligned} \quad (10.6)$$

ces deux grandeurs croissent avec la vitesse  $U$  du navire et décroissent avec l'angle  $\theta$ .

Comme le champ de vagues accompagne le navire, la célérité  $C(\theta)$  des houles élémentaires qui le composent, doit être égale à la vitesse de l'énergie qui est la vitesse de groupe  $C_g(\theta)$

( $C_g = C/2$  en profondeur infinie). Cela signifie que c'est le navire qui fournit aux champs de vagues l'énergie nécessaire pour combler la différence de vitesse.

$$C(\theta) - C_g(\theta) = \frac{1}{2}U \cos \theta \quad (10.7)$$

cette différence étant d'autant plus grande que  $\theta$  est petit, ce sont les vagues transversales qui contribuent le plus à la résistance de vagues.

#### 10.1.2.2. Influence du courant

Si le navire se déplace dans un courant de vitesse  $V$ , positive pour un courant d'arrière et négative pour un courant de face, l'équation 10.5 se réécrit sous la forme :

$$C(\theta, V) = (U - V) \cos \theta \quad (10.8)$$

d'où :

$$\begin{aligned} T(\theta, V) &= \frac{2\pi}{g} C(\theta, V) = \frac{2\pi}{g} (U - V) \cos \theta \\ \lambda(\theta, V) &= \frac{2\pi}{g} C^2(\theta, V) = \frac{2\pi}{g} (U - V)^2 \cos^2 \theta \end{aligned} \quad (10.9)$$

Les champs de vagues sont générés par le mouvement relatif entre le navire et l'eau, c'est-à-dire dans le repère lié au courant.

Naturellement, lorsque le courant se déplace à la même vitesse que le navire, celui-ci dérive avec le courant sans avancer sur l'eau et donc sans dépenser d'énergie : il n'y a plus de vagues.

Dans le repère relatif lié au courant ( $O_c; x_c, y_c$ ), l'équation de la dénivelée de la surface libre s'écrit :

$$a = \frac{H}{2} \sin [k(x_c \cos \theta + y_c \sin \theta) - \omega_c t] \quad (10.10)$$

Le repère étant en translation rectiligne uniforme à la vitesse  $V$  (avec son signe) par rapport au repère absolu ( $O_a; x_a, y_a$ ), le changement de repère se traduit par les relations suivantes :

$$\begin{aligned} x_a &= x_c + Vt \\ y_a &= y_c \end{aligned} \quad (10.11)$$

d'où

$$\begin{aligned} a &= \frac{H}{2} \sin [k(x_a \cos \theta + y_a \sin \theta) - (\omega_c + kV \cos \theta)t] \\ a &= \frac{H}{2} \sin [k(x_a \cos \theta + y_a \sin \theta) - \omega_a t] \end{aligned} \quad (10.12)$$

avec :

$$\omega_a = \omega_c + kV \cos \theta = \frac{gU}{(U - V)^2 \cos^2 \theta} \quad (10.13)$$

d'où :

$$T_a = 2\pi \frac{(U - V)^2 \cos^2 \theta}{gU} \quad (10.14)$$

Comme  $\cos^2 \theta$  est positif, la période apparente des ondes dans le repère absolu est :

- supérieure à la période des ondes dans le repère du courant lorsque  $V$  est positif (le courant accompagne le navire),
- inférieure à la période des ondes dans le repère du courant lorsque  $V$  est négatif (le courant est opposé au navire).

### 10.1.2.3. Influence de la profondeur

Considérons maintenant la présence d'un fond plan et horizontal à la profondeur d'eau  $h$ . Les ondes de gravité ne voient pas la présence du fond tant que leur longueur d'onde n'atteint pas le double de la profondeur :

$$\lambda(\theta) = \frac{2\pi}{g} U^2 \cos^2 \theta \leq \frac{2\pi}{g} U^2 \leq 2h \quad (10.15)$$

Dans ces conditions, les ondes ne verront pas le fond tant que le nombre de Froude du navire, sera inférieur à  $1/\sqrt{\pi} \simeq 0.56$  ; ce qui correspond à 5.55 m/s ou 10.8 nœuds pour une profondeur d'eau de 10 m.

Comme la relation 10.5 se conserve, la relation de dispersion impose les relations 10.16 pour la longueur d'onde et la célérité de l'onde en fonction du nombre d'onde  $k$  ( $k\lambda = 2\pi$ ) :

$$\begin{aligned} \lambda(\theta, h) &= \frac{g}{2\pi} T^2(\theta, h) \text{th } kh \\ C(\theta) &= \frac{g}{2\pi} T(\theta, h) \text{th } kh \end{aligned} \quad (10.16)$$

$$\begin{aligned} T(\theta, h) &= \frac{2\pi}{g \text{th } kh} C(\theta) = \frac{2\pi}{g \text{th } kh} U \cos \theta \leq \frac{2\pi}{g \text{th } kh} U \\ \lambda(\theta, h) &= \frac{2\pi}{g \text{th } kh} C^2(\theta) = \frac{2\pi}{g \text{th } kh} U^2 \cos^2 \theta \leq \frac{2\pi}{g \text{th } kh} U^2 \end{aligned} \quad (10.17)$$

ainsi, pour une vitesse, et donc une célérité imposée, et pour  $\theta$  donné, la période et la longueur d'onde croissent lorsque la profondeur décroît.

Comme, en faible profondeur, la célérité ne peut pas dépasser la célérité critique des ondes  $C_{\text{crit}} = \sqrt{gh}$ , il ne peut plus y avoir de propagation de vague dès que l'inégalité 10.18 est assurée.

$$\sqrt{gh} \leq U \cos \theta \quad \text{ou} \quad \text{Fh} = \frac{U \cos \theta}{\sqrt{gh}} \geq 1 \quad (10.18)$$

Seule les parties des ondes pour lesquelles  $\theta$  est suffisamment petit subsistent : le champ de vagues transversal disparaît tandis que la concavité du champ de vagues divergent s'inverse (voir figure 10.2).

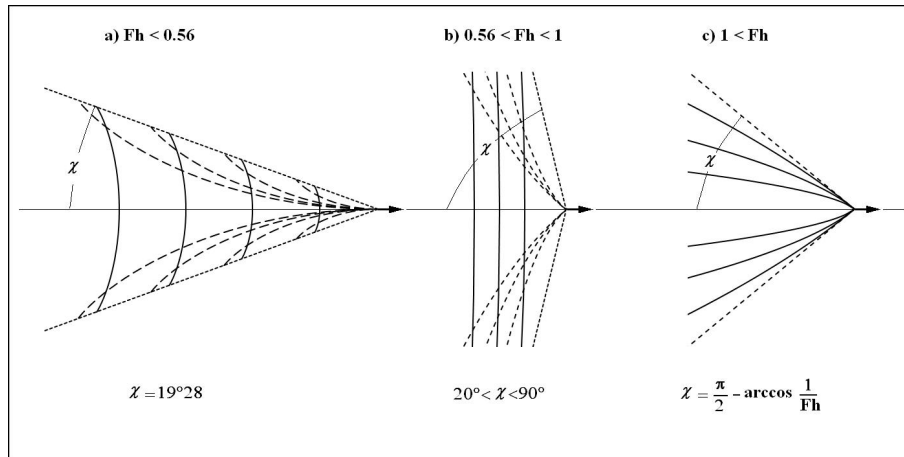


Figure 10.2. Champs de vagues d'accompagnement en eau peu profonde

#### 10.1.2.4. Influence de la largeur du chenal

Lorsque pour une profondeur donnée, la largeur du chenal diminue, le facteur de blocage  $S$  qui représente le rapport entre la section du maître couple du navire à la section du chenal, devient le paramètre important. L'équation de Bernoulli permet d'écrire, dans le repère du navire, la conservation d'énergie entre la section au droit du navire et la section libre du chenal :

$$\frac{u^2}{2g} + (h - e) = \frac{U^2}{2g} + h \quad (10.19)$$

où  $u$  et  $e$  désignent respectivement la vitesse du fluide et la dénivelée de la surface libre dans la section du navire. La conservation du débit impose :

$$u(w(h - e) - BD) = Uwh \quad (10.20)$$

soit en désignant par  $E$  le rapport  $e/h$  :

$$u = U \frac{1}{1 - E - S} \quad (10.21)$$

En substituant cette valeur de  $u$  dans l'expression 10.19 divisée par  $h$ , et en ne conservant que le premier ordre en  $E$  et  $S$  supposés assez petits devant l'unité, il vient :

$$\begin{aligned} Fh^2 &= 2E \frac{(1 - E - S)^2}{1 - (1 - E - S)^2} \\ &= \frac{E}{E + S} \left[ 1 - \frac{3}{2}(E + S) + \frac{1}{4}(E + S)^2 + \dots \right] \simeq \frac{E}{E + S} \end{aligned} \quad (10.22)$$

soit en inversant cette expression :

$$E \simeq S \frac{Fh^2}{1 - Fh^2} \quad (10.23)$$

Dans ces conditions :

- si  $Fh < 1$ ,  $E > 0$  : le navire s'enfoncent ; c'est la zone subcritique,
- si  $Fh > 1$ ,  $E < 0$  : le navire déjaugé ; c'est la zone supercritique.

En retenant les termes d'ordre supérieur, les deux zones sont séparées par une zone critique pour des nombres de Froude situés de part et d'autre de l'unité qui augmente avec le facteur de blocage (voir figure 10.3) (R Hervieu 1993 [HER 93]).

En revenant dans le repère absolu, la vitesse dans la section du navire s'écrit :

$$V' = U - u = -U \frac{E + S}{1 - (E + S)} = -US'_2 \simeq -U \frac{S}{1 - S} = -US_2 \quad (10.24)$$

d'où en utilisant la relation 10.8

$$C(\theta, S) = (U - V') \cos \theta = (1 + S_2)U \cos \theta \quad (10.25)$$

et :

$$T(\theta, S) = \frac{2\pi}{gth kh} C(\theta, S) = \frac{2\pi}{gth kh} (1 + S_2)U \cos \theta$$

$$\lambda(\theta, S) = \frac{2\pi}{gth kh} C^2(\theta, S) = \frac{2\pi}{gth kh} (1 + S_2)^2 U^2 \cos^2 \theta \quad (10.26)$$

Le courant de compensation s'accompagne de deux bourrelets perpendiculaires à l'axe du chenal qui se déplacent à la vitesse du navire : l'un à l'avant et l'autre à l'arrière (voir figure 10.3). La distance entre les bourrelets étant de l'ordre de la longueur à la flottaison, ils se succèdent à un écart de temps de  $L/U$  ; soit plusieurs dizaines de secondes.

#### 10.1.2.5. Synthèse des phénomènes

En prenant en compte l'ensemble des phénomènes, il vient pour un navire circulant dans un chenal de profondeur et de largeur limitées en présence d'un courant :

$$C(\theta, S, V) = (U - V' - V) \cos \theta = ((1 + S_2)U - V) \cos \theta \quad (10.27)$$

d'où :

$$T(\theta, h, S, V) = \frac{2\pi}{gth kh} C(\theta, S, V) = \frac{2\pi}{gth kh} ((1 + S_2)U - V) \cos \theta$$

$$\lambda(\theta, h, S, V) = \frac{2\pi}{gth kh} C^2(\theta, S, V) = \frac{2\pi}{gth kh} ((1 + S_2)U - V)^2 \cos^2 \theta \quad (10.28)$$

avec :

$$T_a = 2\pi \frac{((1 + S_2)U - V)^2}{gUth kh} \quad (10.29)$$

Dans la pratique, la vitesse des grands navires dans les chenaux relativement étroits et peu profonds est toujours subcritique ( $Fh < 1$ ).



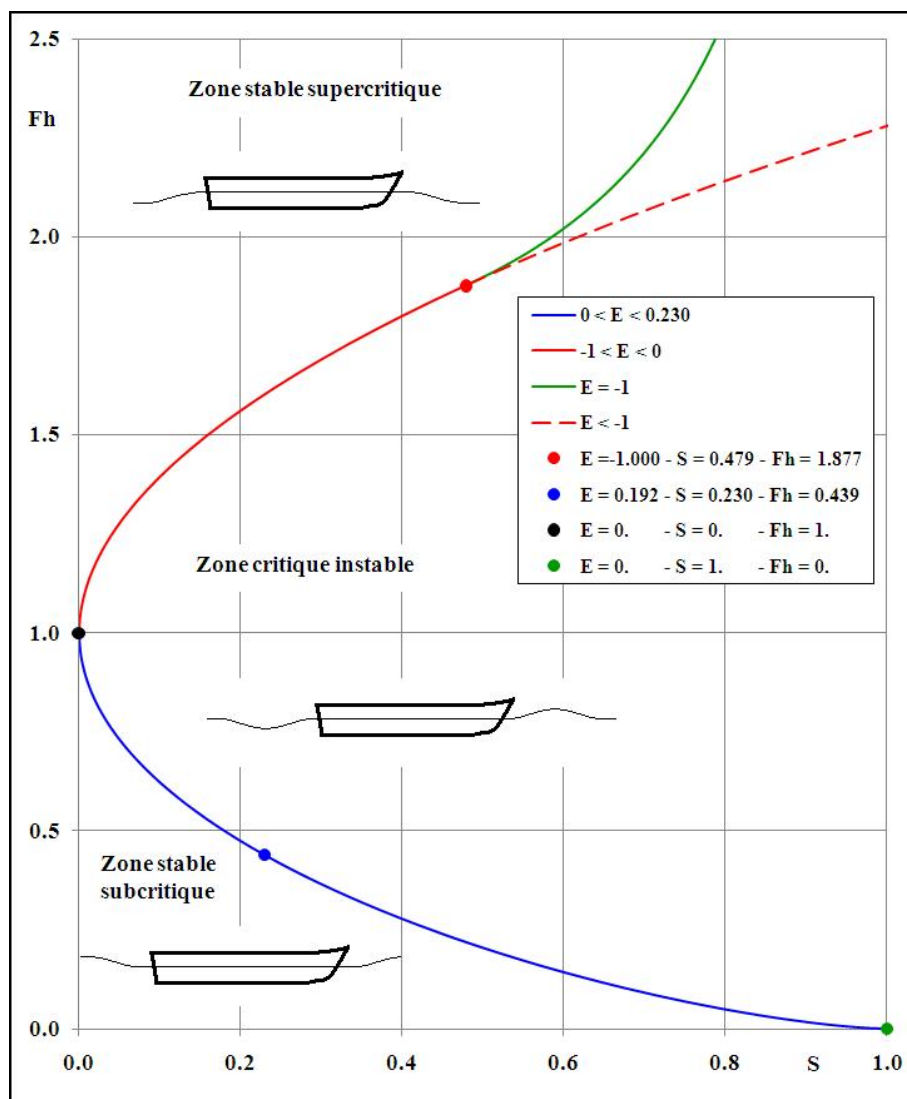


Figure 10.3. Domaines subcritique, critique et supercritique en fonction du facteur de blocage

### 10.1.3. Hauteur des champs de vagues

La hauteur des ondes de batillage est directement liée à l'énergie que le navire doit fournir au fluide pour créer et entretenir les champs de vagues d'accompagnement en assurant leur propagation à sa propre vitesse. Elle dépend donc des dimensions et des formes du navire ainsi que de sa vitesse. Lorsque le navire s'arrête, il ne fournit plus d'énergie aux champs de vagues qui se libèrent et ajustent leur vitesse de groupe à leur longueur d'onde et à leur période.

#### 10.1.3.1. Champs de vagues en eau libre

C'est l'entretien permanent de la propagation de ces vagues d'accompagnement avec une vitesse de groupe égale à la vitesse du navire qui est à l'origine de l'une des composantes de la résistance à la marche des navires appelée résistance de vagues  $R_w$ .

En désignant par  $S_m$  la surface mouillée de la carène, par  $L$  sa longueur à la flottaison et par  $Fr = U/\sqrt{gL}$  le nombre de Froude du navire ramené à sa longueur, l'analyse dimensionnelle et l'expérience conduisent à exprimer la résistance de vagues d'un navire sous la même forme que les résistances de frottement et de sillage :

$$R_w = \frac{1}{2}\rho S_m U^2 C_w(Fr) \quad (10.30)$$

expression dans laquelle le coefficient de résistance de vagues  $C_w(Fr)$  est obtenu expérimentalement pour chaque navire. L'allure de  $C_w$  est celle d'une courbe croissant globalement comme  $Fr^\alpha$  (avec  $\alpha$  de l'ordre de 1.5 à 2.5) et perturbée par des oscillations liées aux interférences entre les champs de vagues d'accompagnement le long du navire.

En égalant la puissance véhiculée par la houle lors de sa progression le long d'une crête de longueur  $L_c$  à la puissance fournie par le navire à ses vagues d'accompagnement nous obtenons :

$$\frac{1}{8}\rho g H^2 L_c C_g = \frac{1}{8}\rho g H^2 L_c U = R_w U = \frac{1}{2}\rho S_m U^3 C_w(Fr) \quad (10.31)$$

Il en résulte que l'enveloppe de la hauteur des vagues d'accompagnement est de la forme :

$$H = 2\sqrt{\frac{S_m C_w(Fr)}{g L_c}} U = A(Fr) U^{1+\alpha/2} \simeq A(Fr) U^2 \quad (10.32)$$

où  $A(Fr)$  est une fonction qui oscille avec  $Fr$ . Comme la longueur d'onde est proportionnelle au carré de la vitesse, pour un navire donné, la cambrure  $H/\lambda$  varie quasiment comme la fonction  $A(Fr)$ .

Par ailleurs, dièdre de Kelvin oblige, la longueur d'une crête est proportionnelle à sa distance  $d$  au navire. La conservation de l'énergie impose donc à  $H^2$  d'être proportionnel à cette même distance ; et donc à  $H$  de décroître comme la racine carrée de cette distance. Les interactions entre les deux champs de vagues imposent, sur les bords du dièdre de Kelvin, une décroissance plus lente proportionnelle à la racine cubique de la distance.

Pour évaluer la hauteur des vagues d'accompagnement nous l'écrivons en fonction de la résistance spécifique (quotient de la résistance de vagues  $R_w$  par le déplacement  $\Delta$  du navire et son quotient par  $U^{2+\alpha}$ ) :

$$H = \sqrt{\frac{8R_w}{\rho g L_c}} = \sqrt{\frac{8\Delta}{\rho g L_c} \frac{R_w}{\Delta}} = A_w U^{1+\alpha/2} \quad (10.33)$$

Le tableau 10.1 indique les résistances spécifiques à l'avancement pour différents types de navires (R. Servières 1982 [SER 82]). Les résistances indiquées correspondent à la carène nue, sans les appendices qui représentent 7 à 15% de la résistance totale. Comme on s'intéresse à la hauteur des vagues à l'arrière du navire, nous assumerons l'hypothèse<sup>2</sup> que le rapport entre la longueur  $L_c$  et la longueur du navire  $L$  est égal à  $\text{tg } \chi$ .  $A_w$  a donc été déterminé pour  $L_c = L \text{tg } \chi$  et  $\alpha=2$ .

Navire	$\Delta$ tf	$L$ m	$U$ m/s	Fr -	$R_t/\Delta$ kgf/tf	$R_f/\Delta$ kgf/tf	$R_w/\Delta$ kgf/tf	$100A_w$ $s^2/m$
Pétrolier	80 000	255	8.6	0.17	1.43	1.00	0.43	2.36
Cargo	10 500	138	8.2	0.22	2.71	1.76	0.95	1.90
Paquebot France	58 000	300	16.0	0.29	6.30	4.41	1.89	1.12
Porte Avion Clemenceau	32 000	237	16.5	0.34	10.8	6.48	4.32	1.33
Croiseur Colbert	11 000	176	17.0	0.41	25.2	9.07	16.1	1.65
Escorteur E50	1 700	95	13.9	0.46	32.0	10.5	21.5	1.53
Escorteur T47	3 400	124	17.5	0.50	40.5	13.4	27.1	1.34

**Tableau 10.1.** Résistance totale, résistance de frottement et résistance de vagues pour différents navires en fonction de leur vitesse (eau libre)

Navire			Vitesse du navire (nœuds)			
Type	$L$	$\Delta$	5	10	15	20
Navires de plaisance						
Petite et moyenne plaisance	< 15	< 5	0.1 à 0.2	0.2 à 0.4		
Grande plaisance	20 à 30	100 à 400	0.1 à 0.2	0.3 à 0.8	0.6 à 1.2	
Très grande plaisance	> 150	> 10 000	0.1 à 0.2	0.3 à 0.4	0.4 à 0.6	0.8 à 1.0
Navires de commerce						
Pêche, vedettes de service	20 à 30	100 à 400	0.2 à 0.3	0.3 à 0.8	0.6 à 1.2	
Petits car Ferries*	40	900	0.2 à 0.3	0.6 à 0.7	1.3 à 1.5	
Cargos - vraquiers	> 100	> 10 000	0.2 à 0.3	0.2 à 0.3	0.5 à 0.6	0.9 à 1.1
Portes Conteneurs	> 100	> 10 000	0.2 à 0.3	0.2 à 0.3	0.5 à 0.6	0.9 à 1.1
Paquebots	> 150	> 10 000	0.1 à 0.2	0.3 à 0.4	0.4 à 0.6	0.8 à 1.0
Grands car ferries	> 150	> 10 000	0.1 à 0.2	0.3 à 0.4	0.4 à 0.6	0.8 à 1.0
Pétroliers	> 200	> 50 000	0.2 à 0.3	0.4 à 0.5	0.9 à 1.1	1.7 à 1.9
Navires de guerre						
Escorteurs	100	< 5 000	0.1 à 0.2	0.2 à 0.3	0.4 à 0.5	0.7 à 0.8
Porte Avion - Croiseur	> 150	> 10 000	0.1 à 0.2	0.2 à 0.4	0.5 à 0.7	0.9 à 1.2

\* Le car ferry a fait l'objet de mesures in situ de hauteur de vagues d'accompagnement

**Tableau 10.2.** Hauteurs des ondes de batillage en fonction des navires et de leur vitesse (eau libre)

Les hauteurs (crête à creux) des vagues d'accompagnement principales en eau libre sont indiquées dans le tableau 10.2 pour différents types de navires en fonction de leur vitesse pour des nombres de Froude de l'ordre de 0.2 à 0.5. Les fourchettes ont été déterminées en considérant les deux valeurs  $\alpha = 1.5$  et  $\alpha = 2.5$ .

### 10.1.3.2. Influence du courant

L'influence du courant se traduit, au premier ordre, par un simple décalage de vitesse sur le champ de vague.

2. Ce choix n'est pas unique, et on pourra considérer deux fois la distance de l'axe du navire au point auquel on calcule la hauteur.

### 10.1.3.3. Influence de la profondeur

Le nombre de Froude  $F_h$  d'un navire qui se déplace à une vitesse donnée, croît lorsque la profondeur diminue. Cela entraîne une augmentation de la résistance de vagues  $C_w$  et donc de la hauteur des vagues d'accompagnement jusqu'à ce que la vitesse critique soit atteinte.

Dans la pratique, cela entraîne une diminution de la vitesse des navires.

### 10.1.3.4. Influence de la largeur du chenal

Pour une profondeur donnée, le confinement latéral induit une nouvelle augmentation de la résistance de vagues qui devient d'autant plus importante que la vitesse s'approche de la vitesse critique.

Dans la pratique, cela entraîne une diminution supplémentaire de la vitesse des navires.

## 10.1.4. Construction d'un signal de batillage $F - h \ll 1$

Les ondes de batillage possèdent trois caractéristiques qui les distinguent fondamentalement d'un train de houle :

- elles sont essentiellement transitoires, puisqu'elles correspondent à un train d'ondes limité à quelques oscillations dans le temps,
- leurs fronts de montée sont sensiblement plus raides que ceux de la houle,
- elles sont composées de deux champs de vagues possédant des caractéristiques hauteurs - périodes qui leur sont propres.

Dans ces conditions, l'évaluation des efforts engendrés par le batillage sur un ouvrage fixe ou flottant et celle des mouvements des ouvrages flottants nécessitent la résolution du problème hydromécanique dans le domaine temporel.

L'onde de batillage incidente est alors modélisée par une onde sinusoïdale à période variable et modulée en amplitude sous la forme suivante :

$$A(t) = -A_0(t) \sin \left[ 2\pi \frac{t}{T'(t)} \right] \quad (10.34)$$

avec :

$$A_0(t) = \begin{cases} 0.45A_{\max} & \text{si } t \leq T_1 \\ A_{\max} & \text{si } T_1 < t \leq T_2 \\ A_{\max} \exp \left[ -0.4 \left( \frac{t}{T_2} \right)^{1.1} \right] & \text{si } T_2 < t \end{cases} \quad (10.35)$$

expressions dans lesquelles :

- $A(t)$  est la dénivelée en fonction du temps  $t$ ,
- $A_{\max}$  est l'amplitude maximale de l'onde,
- $T_0 = 2\pi U/g$  est la période fondamentale des oscillations,
- $T_1 = 0.75T_0$  est l'instant de la fin de la croissance l'amplitude de l'onde,

–  $T_2 = 2.20T_0$  est l'instant du début de la décroissance de l'amplitude de l'onde,

–  $T'(t) = a_0 + a_1 \frac{t}{T_0} + a_2 \left(\frac{t}{T_0}\right)^2 + a_3 \left(\frac{t}{T_0}\right)^3 + a_4 \left(\frac{t}{T_0}\right)^4$  est la période instantanée de l'onde modulée avec :  $a_0 = +0.2200$ ,  $a_1 = +0.5100$ ,  $a_2 = -0.2500$ ,  $a_3 = +0.0580$  et  $a_4 = -0.0048$ .

La 10.4 présente le signal de batillage enregistré lors du passage du « Kreiz er Mor », car ferry de 39.1 m de long affecté à la liaison entre Lorient et Groix de 1977 à 2008. En noir le signal enregistré et en rouge le signal numérique correspondant à la relation 10.34. Les paramètres sont les suivants :  $U = 6.17$  m/s (12 nœuds) et  $A_{\max} = 0.46$  m. L'analyse de cette figure appelle

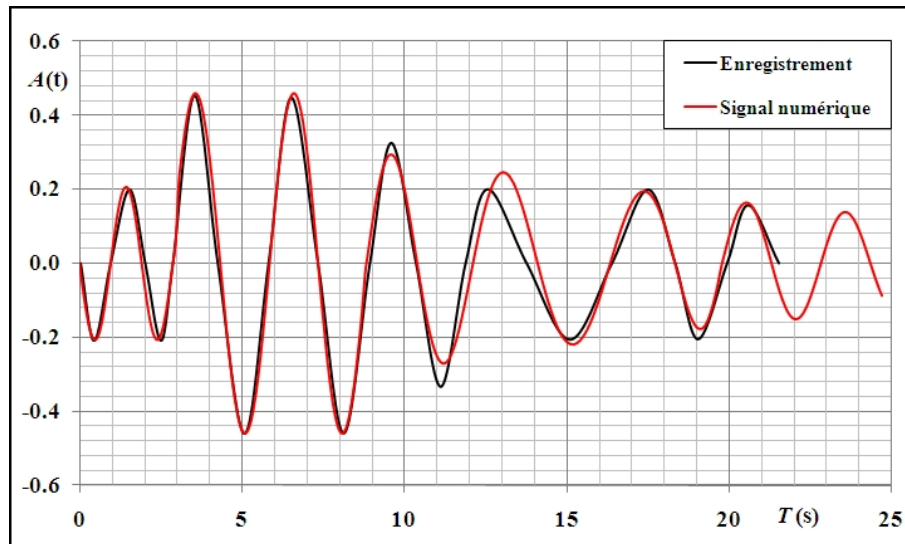


Figure 10.4. Exemple de signal de batillage du car ferry « Kreiz er Mor »

plusieurs remarques :

- l'enregistreur étant fixe, le signal enregistré correspond à une coupe, par un plan vertical parallèle à l'axe du navire, des deux systèmes de deux champs de vagues d'accompagnement ;
- la première période du signal, qui correspond à l'abord du dièdre de Kelvin, est déphasé par rapport aux quatre suivantes qui correspondent à la traversée du dièdre de Kelvin ;
- les deux dernières périodes de l'onde enregistrée sont déphasées par rapport aux cinq premières ; elles correspondent aux champs de vagues à l'intérieur du dièdre de Kelvin ;
- La période  $T'$  varie en raison des variations d'incidence des ondes de batillage ( $T_0 \cos \theta$ ).

\*  
\* \*



## Chapitre 11

# Vent de projet

### 11.1. Différents aspects de la représentation du vent

Les différences de température et de pression, que le soleil engendre au sein de l'atmosphère, induisent des déplacements des masses d'air des zones de hautes pressions vers les zones de basses pressions. La rotation de la terre et les forces de Coriolis qui en résultent, dévient l'écoulement de l'air en fonction de l'altitude (spirale d'Ekman). Le frottement de cet écoulement au contact de la surface du sol ou de la mer donne naissance à une couche limite turbulente, appelée couche limite atmosphérique, qui affecte les mille premiers mètres d'altitude. Les effets des forces de Coriolis deviennent négligeables à la surface de la terre, lorsqu'on ne considère que la couche limite de surface, épaisse de quelques dizaines de mètres.

L'écoulement étant turbulent, la vitesse  $v(x, y, z; t)$  du vent peut être considérée comme la superposition de la vitesse moyenne  $\bar{v}(x, y, z; t)$  qui n'évolue que très lentement avec le temps, et d'une vitesse de fluctuation  $v'(x, y, z; t)$  qui peut être assimilée à un processus aléatoire dépendant de l'espace et du temps.

La figure 11.1 présente le spectre d'énergie du vent en fonction de son contenu fréquentiel.

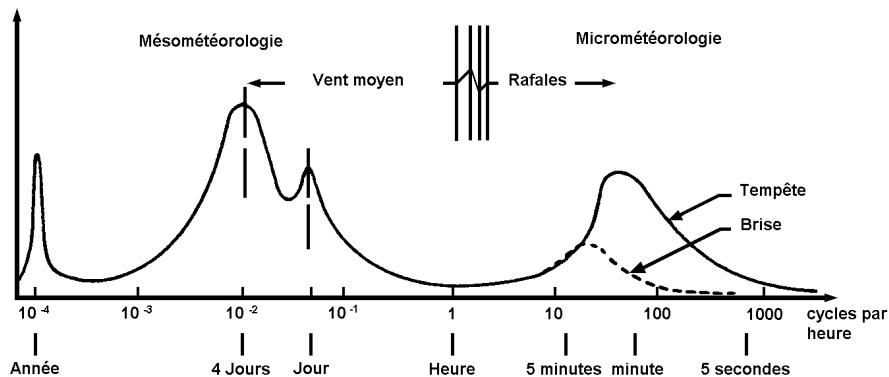


Figure 11.1. Spectre d'énergie du vent

Les périodes de fluctuation énergétique de la vitesse du vent sont de l'ordre de grandeur de la minute, ce qui est élevé par rapport aux réponses dynamiques de la plupart des structures. Les effets dynamiques associés au vent ne sont donc importants que pour les systèmes « souples »

qui ont des périodes propres élevées. C'est le cas, sur terre, des grandes tours, et sur mer, des structures fixes très élancées ou des structures flottantes ancrées ou amarrées.

Il convient de noter que la vitesse du vent fluctue à la fois en temps et en espace. Dans le cas de structures de grandes dimensions par rapport aux fluctuations spatiales, il est donc nécessaire de tenir compte de la corrélation spatiale du processus aléatoire.

Etant données les échelles de temps considérées (heures, minutes, secondes), dans le cadre des études de tenue à la mer des structures, la description du vent peut être faite en supposant que la composante moyenne est indépendante du temps, et que la composante fluctuante relève d'un processus stationnaire, ergodique et gaussien.

## 11.2. Représentation du profil moyen de vitesse

La représentation du profil moyen du vent est établie à partir des résultats de la mécanique des fluides pour les écoulements turbulents au dessus de surfaces rugueuses.

La théorie de la couche limite turbulente sur une plaque plane conduit, dans la sous-couche inertielle, à un profil logarithmique de la vitesse :

$$\bar{v}(z) = \frac{v^*}{\kappa} \ln \left( \frac{z}{z_0} \right) \quad (11.1)$$

expressions dans lesquelles  $\kappa \simeq 0.4$  est la constante de von Karman,  $v^*$  la vitesse de frottement, et  $z_0$  la hauteur caractéristique de la rugosité.

Conformément aux recommandations du guide de l'ARGEMA (1987 [ARG 87]), il est d'usage de définir le profil des vitesses au moyen d'une loi de puissance en fonction de l'altitude  $z$ . Ce profil est défini à partir de quatre constantes  $z_0$ ,  $V(z_0)$ ,  $\alpha$  et  $\beta$  :

$$\bar{v}(z, D) = \alpha \bar{v}(z_0, D_0) \left( \frac{z}{z_0} \right)^\beta \quad (11.2)$$

où  $\bar{v}(z, D)$  est la vitesse du vent à l'altitude  $z$  moyennée sur la durée  $D$ ,  $\alpha$  désigne le coefficient de rafale et  $\beta$  le coefficient de forme du profil. Le tableau 11.1 indique des couples  $(\alpha, \beta)$  pour une altitude  $z_0 = 10$  m et différentes durées  $D$ .

Durée $D$	1 h	10 mn	1 mn	15 s	5 s	3 s
$\alpha$	1.00	1.06	1.18	1.26	1.31	1.33
$\beta$	0.150	0.130	0.113	0.106	0.102	0.100

**Tableau 11.1.** Coefficients de majoration du vent moyen sur une heure à 10 m d'altitude pour le calcul des vitesses de rafales.

La figure 11.2 présente différents profils de vitesse du vent moyen selon différents organismes internationaux.



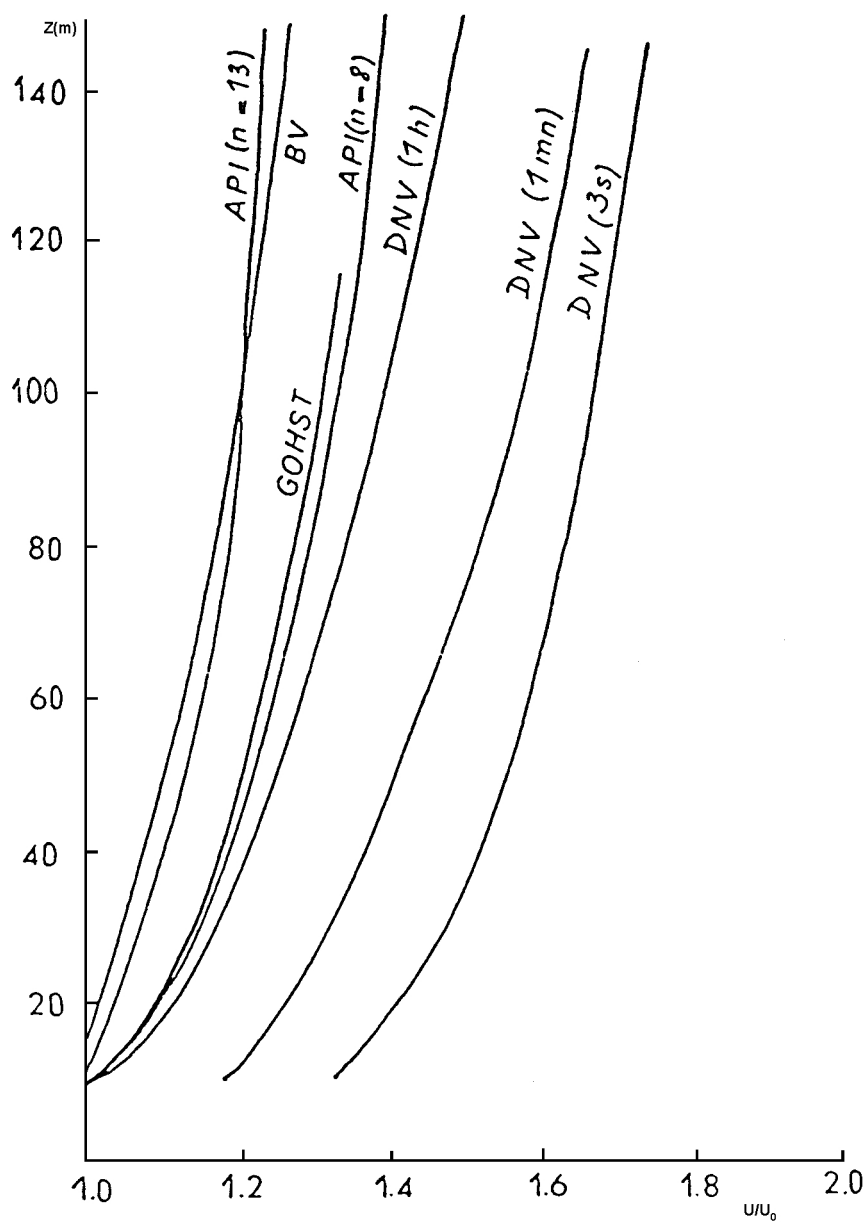


Figure 11.2. Profils de vitesse du vent moyen

### 11.3. Représentation des fluctuations de vitesse

Comme cela a été fait pour la houle, la composante fluctuante de la vitesse est assimilée à un processus aléatoire ergodique stationnaire et gaussien. Elle est donc définie à partir d'un spectre d'énergie qui se présente sous la forme générale :

$$\frac{fS(f)}{\bar{v}^2(z_0, D)} = C \frac{\tilde{f}^{p_1}}{(\tilde{f}^{p_2} + b\tilde{f}^{p_3})^{p_4}} \quad (11.3)$$

où :

–  $D$  est la durée de l'enregistrement ;

- $f$  est la fréquence des fluctuations ;
- $S(f)$  désigne la densité d'énergie en fonction de la fréquence ;
- $b$  et  $p_i, i \in [1, 4]$  sont des constantes ;
- $C$  est une constante déterminée pour que l'intensité turbulente  $I_v$  (rapport de l'écart moyen quadratique des fluctuations à la vitesse moyenne du vent à la cote de référence  $z_0$  du profil) soit conformément à l'expérience de l'ordre de 5% à 15% :

$$I_v^2 = C \int_0^\infty \frac{\tilde{f}^{p_1-1}}{(\tilde{f}^{p_2} + b\tilde{f}^{p_3})^{p_4}} d\tilde{f} \quad (11.4)$$

- $\tilde{f}$  est la fréquence adimensionnelle définie par :

$$\tilde{f} = \frac{fL_v}{\bar{v}(z_0, D)} \quad (11.5)$$

- $L_v$  est une longueur de référence du spectre, en général égale à 1800 m.

Cette forme générale inclut comme cas particuliers les spectres usuels proposés par : Davenport ( $b = 1, p_1 = 2, p_2 = 2, p_3 = 0, p_4 = 4/3$ ) et Harris ( $b = 2, p_1 = 1, p_2 = 2, p_3 = 0, p_4 = 5/6$ ).

Notons que Det Norske Veritas ne définit pas le spectre de Harris à partir de l'intensité de turbulence, mais à partir d'un coefficient de frottement  $C_d$  sous la forme :

$$\frac{fS(f)}{\bar{v}^2(z_0, D)} = 4C_d \frac{\tilde{f}}{(\tilde{f}^2 + 2)^{5/6}} \quad (11.6)$$

ce qui correspond conduit à une intensité de turbulence  $I_v$  égale à  $2.5841\sqrt{C_d}$ .

Les périodes de fluctuation énergétiques de la vitesse du vent sont de l'ordre de grandeur de la minute, ce qui est élevé par rapport aux réponses dynamiques de la plupart des structures. Les effets dynamiques associés au vent ne sont donc importants que pour les systèmes « souples » qui ont des périodes propres élevées.

#### 11.4. Signal temporel de la vitesse du vent

La vitesse de fluctuation du vent est alors représentée sous la forme discrétisée suivante, comprenant  $N_v$  composantes dont les fréquences  $f_i$  sont toutes inférieures à une fréquence de coupure  $f_{cv}$  :

$$v'(t) = \sum_{i=1}^{N_v} v_i \cos(2\pi f_i t - \varphi_i) \quad (11.7)$$

expression dans laquelle :

$$v_i^2 = 2S(f_i)df_i \quad (11.8)$$

Les valeurs de  $\varphi_i$  sont obtenues à partir d'une fonction réputée aléatoire.

A noter que le théorème de Parseval permet de contrôler la validité du signal obtenu :

$$I_v = \frac{1}{\bar{v}} \sqrt{\sum_{i=1}^{N_v} v_i^2} \quad (11.9)$$

L'intensité turbulente peut être évaluée par la formule logarithmique de la couche limite (Eurocodes) :

$$I_v = \frac{1}{\log z : z_0} \quad (11.10)$$

où  $z$  est l'altitude de référence au-dessus du sol (10 m) et  $z_0$  la hauteur caractéristique de la rugosité du sol (0.005 m pour un plan d'eau).

## 11.5. Vents de projet

La définition des vents de projet a pour objectifs de cerner :

- les vents au sens de la climatologie et de leur contribution aux états de mer dans les corrélations de leurs caractéristiques avec celles des houles et des courants ;
- les vents instantanés les plus violents à prendre en compte pour la détermination des efforts sur les structures et leurs ancrages.

### 11.5.1. Vent de projet pour les actions sur les états de mer

Le « vent de projet pour les actions sur les états de mer » est le vent susceptible de lever un état de mer sur un fetch donné, à l'échelle de temps caractéristique de la réponse du plan d'eau. La vitesse de ce vent doit être moyennée sur une durée commensurable à la durée nécessaire pour lever un état de mer sur un fetch dont la dimension est à l'échelle de la baie (de l'ordre de quelques dizaines de minutes à quelques heures suivant les cas en fonction du fetch et de la vitesse du vent). Il convient donc d'analyser et d'utiliser des statistiques météorologiques locales ou de recourir à des mesures satellitales.

Les statistiques sont généralement fournies sur la base des vents trihoraires, caractérisés par l'enregistrement de leur vitesse moyenne et de leur direction moyenne pendant les dix dernières minutes des heures synoptiques (00, 03, 06, 09, 12, 15, 18 et 21 h TU). Elles sont définies pour une altitude de 10 m.

### 11.5.2. Vent de projet pour les actions sur les structures

Le « vent de projet pour les actions sur les structures » est le vent susceptible de générer des efforts sur une structure et ses ancrages, à l'échelle de temps quasi instantanée caractéristique de la réponse des structures. La vitesse de ce vent doit être moyennée sur une durée au plus commensurable aux périodes propres des structures ou de leurs ancrages (de l'ordre de quelques secondes pour les ancrages raides à quelques dizaines de secondes pour les ancrages souples).

Son action est ponctuelle. Il est d'usage de traiter ce problème à partir des vents réglementaires. Cette approche raisonnablement pessimiste présente les avantages essentiels d'être sécuritaire des points de vue technique et légal et de simplifier les études.

En France, les Règles Neige et Vent NV 65 modifiées 1999 puis 2000 (Règles définissant les effets de la neige et du vent sur les constructions et annexes), applicables aux constructions terrestres, définissent les vitesses de vent réglementaires à prendre en compte pour le projet. Ces règles définissent pour chaque zone géographique un vent normal et un vent extrême. Le rapport entre ces deux vitesses est égal à 1.32, ce qui est conforme à l'idée que le vent « normal » est le vent moyen sur une heure tandis que le vent « extrême » correspond à une rafale de 3 s.

Pour les constructions situées en site exposé, ces règles prévoient un coefficient d'aggravation de la vitesse du vent pouvant atteindre 1.16. A noter que le littoral est classé en site exposé sur une profondeur de 6 km et que, pour les constructions situées sur le bord du littoral, ces règles ne prévoient pas de coefficient de diminution de la vitesse pour les constructions situées à moins de 10 m de hauteur.

Lorsque les ancrages ont des périodes propres suffisamment élevées (quelques secondes à quelques dizaines de secondes) pour être excités par les fluctuations du vent, la vérification de la tenue « quasi-statique » des ancrages devient insuffisante. Il est nécessaire d'analyser la réponse transitoire du système aux variations brutales de vitesse du vent (gifles et rafales) qui peut engendrer des déplacements dynamiques deux fois supérieurs au déplacement statique. Il faut alors recourir à la simulation temporelle, qui permet de prendre en compte de telles variations.

\*  
\* \*

## Chapitre 12

# Courant de projet

### 12.1. Différents types de courant

Les courants marins sont d'origines très diverses et sont extrêmement difficiles à modéliser. En ce qui concerne l'étude du comportement des structures marines, quatre types de courants peuvent être considérés :

- Les courants de marée, périodiques en intensité et en direction. Ils dépendent essentiellement du site.
- Les courants générés par le vent qui, de par leur nature, sont importants en surface et décroissent rapidement avec la profondeur.
- Les courants permanents ou saisonniers (grands courants océaniques, courants de compensation, ...). Ils dépendent du site.
- Les courants côtiers dus à la houle.

Dans la suite, seuls les deux premiers types de courants sont considérés.

### 12.2. Courant de marée

Les courants engendrés par la marée dépendent de la profondeur et des caractéristiques du site.

Leur direction à la surface est une fonction périodique du temps. En effet, la périodicité de la marée jointe à la force de Coriolis modifie constamment la direction du courant qui peut prendre toutes les valeurs de  $0^\circ$  à  $180^\circ$ .

L'intensité du courant varie, elle aussi, périodiquement mais son maximum dépend du coefficient de marée.

Il est donc possible, à partir d'observations sur le site ou de tables préétablies de connaître les caractéristiques d'un cycle de marée (coefficient, direction, et amplitude maximum du courant de surface) à partir desquelles se déduit heure par heure l'évolution du courant.

Le courant de marée affecte toute la tranche d'eau, mais son intensité varie avec la profondeur. La loi de variation généralement utilisée, dans le cadre des études de structures marines, est linéaire :

$$V(z) = V_s \frac{h+z}{h} \tag{12.1}$$

Expression dans laquelle  $V_s$  est l'intensité du courant estimé en surface et  $h$  la profondeur.

### 12.3. Courants engendrés par le vent

Le vent engendre, par nature, un courant de surface d'intensité aléatoire. Deux effets interviennent simultanément.

Le vent moyen provoque le déplacement des masses d'eau par friction. Ce déplacement n'est significatif que pour des valeurs suffisantes de l'intensité et de la durée du vent. Les effets d'inertie engendrent un retard important entre le moment où le vent souffle et l'établissement du courant résultant.

La force de Coriolis tend à dévier le courant par rapport à la direction moyenne du vent (vers la droite dans l'hémisphère nord). L'intensité du courant décroissant avec la profondeur, cette déviation augmente pour atteindre, à une certaine profondeur, une direction opposée à la direction de surface, mais l'intensité à cette profondeur est très faible (voir figure 12.1).

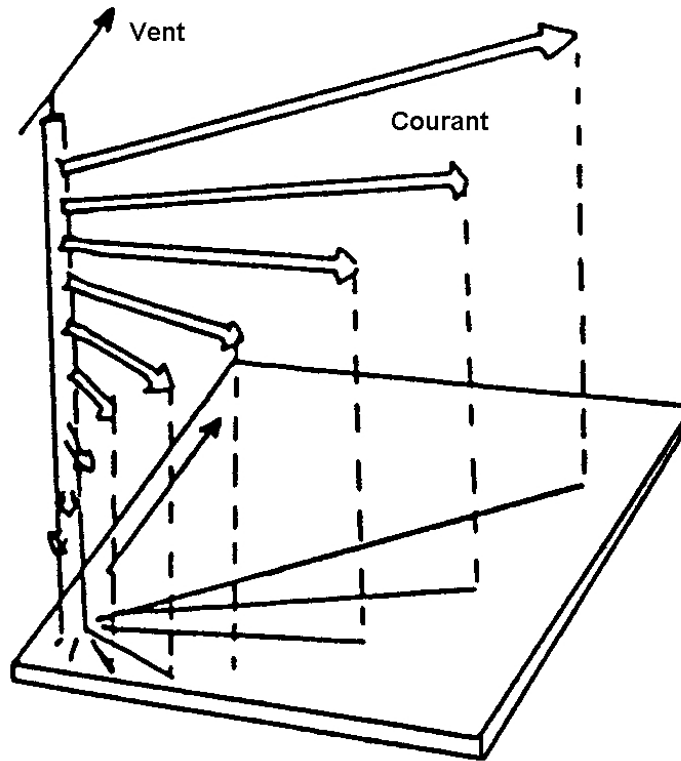


Figure 12.1. Spirale d'Eckman : profil du courant dû au vent

Le courant affecte une tranche d'eau d'épaisseur  $h_0$  qui peut aller jusqu'à 50 mètres. Le profil de vitesse généralement retenu est linéaire entre la surface libre et :

$$V_c = 0.02V_{10} \quad (12.2)$$

Expression dans laquelle  $V_c$  est l'intensité du courant estimé en surface. C'est une variable aléatoire qui peut être reliée à la vitesse du vent à 10 mètres d'altitude  $V_{10}$  par :

$$V(z) = V_s \frac{h+z}{h} \quad (12.3)$$

\*  
\* \*





## Bibliographie

- [ABR 68] ABRAMOWITZ M., STEGUN I. A., *Handbook of Mathematical Functions*, 1046 p., New York : Dover Publications Inc., 5<sup>th</sup> édition, 1968.
- [AIR 86] AIRH, AIPCN, *Paramètres des états de mer*, 49 p., Supplément au bulletin n°52, 1986.
- [ARG 87] ARGEMA, *Guide pratique sur les ouvrages en mer – Ancres et lignes d’ancrage*, 281 p., Paris : Technip, 1987.
- [BAT 72] BATTJES J. A., « Set-up due to irregular waves », *ASCE Proceedings of the 13th International Conference on Coastal Engineering*, n° 113, Vancouver, p. 1993-2004, 1972.
- [BAT 74] BATTJES J. A., « Surf similarity », *ASCE Proceedings of the 14th International Conference on Coastal Engineering*, n° 26, Copenhagen, p. 466-480, June 1974.
- [BAT 00] BATTJES J. A., GROENENDIJK H. W., « Wave Height Distributions on Shallow Foreshores », *Journal of Coastal Engineering*, vol. 40, p. 161-182, 2000.
- [BON 92] BONNEFILLE R., *Cours d’hydraulique maritime*, 208 p., Paris : Masson, 2<sup>e</sup> édition, 1992.
- [BON 06] BONNEFILLE R., ALLENBACH M., LAJOIE D., BOUGIS J., « Etude d’un récif Artificiel de Surf », *Actes des IX<sup>es</sup> Journées Nationales de Génie Civil – Génie Côtier*, Brest, p. 291-298, septembre 2006.
- [BOR 69] BORGMAN L. E., « Directional spectra models for design use », *Proceedings of the 1st Offshore Technology Conference*, n° 1069, Houston, p. 721-746, May 1969.
- [BOU 84] BOUGIS J., « Calcul du surenfoncement des navires animés d’une vitesse de route », *Bulletin de l’ATMA*, vol. 84, Paris, p. 255-272, Mai 1984.
- [BOU 14] BOUGIS J., *Prises d’eau et rejets en mer*, 624 p., Nantes : Paralia, 2014.
- [BOU 85] BOUWS E., GÜNTHER H., ROSENTHAL W., VINCENT C. L., « Similarity of the wind wave spectrum in finite depth water : 1 Spectral form », *Journal of Geophysical Research*, vol. 90, n°1, p. 975-986, 1985.
- [BRE 57] BRETSCHNEIDER C. L., « Revisions in wave Forecasting : Deep and Shallow Water », *ASCE Proceedings of the 6th International Conference on Coastal Engineering*, n° 3, Gainesville, p. 30-67, 1957.
- [BRE 59] BRETSCHNEIDER C. L., Wave variability and wave spectra for wind generated gravity waves, 192 p., Technical Memo n°118, Washington D.C. : U.S. Army Corps of Engineers, Beach Erosion Board, Août 1959.
- [BRE 77] BRETSCHNEIDER C. L., « On the Determination of the Design Ocean Wave Spectrum », *Look Lab. Hawaii : University of Hawaii*, n° 7, p. 1-23, 1977.
- [CIR 07] CIRIA, CUR, CETMEF, *The Rock Manual. The use of rock in hydraulic engineering*, N° C683, London : CIRIA, 2<sup>nd</sup> édition, 2007.
- [COL 68] COLES K. A., *Navigation par gros temps*, Paris : Robert Laffont, 1968.
- [FAL 90] FALTINSEN O. M., *Sea Loads on Ships and Offshore Structures*, Ocean Technology, 328 p., Cambridge University Press, 1990.
- [FEU 87] FEUILLET J., COEFFÉ Y., BERNIER J., CHALOIN B., *Le dimensionnement des digues à talus*, Collection EDF-DER n°64, 172 p., Paris : Eyrolles, 1987.
- [FIS 28] FISHER R. A., TIPPETT L. H. C., « Limiting forms of the frequency distributions of the largest or smallest number of a sample », *Proceedings of the Cambridge Philosophy Society*, n° 242, p. 180-190, 1928.
- [FRE 92] FREDSSØE J., DEIGAARD R., *Mechanics of coastal sediment transport*, 369 p., Singapore : World Scientific, 1992.
- [GEL 56] GELCI R., CAZALE H., VASSAL J., « Utilisation des diagrammes de propagation à la propagation énergétique de la houle », *Bulletin d’information du Comité central d’Océanographie et d’Etude des Côtes*, vol. 8, n°4, p. 160-197, 1956.

- [GNE 43] GNEDENKO B. V., « Sur la distribution limite du terme maximum d'une série aléatoire », *Annales Mathématiques*, vol. 44, p. 423-453, 1943.
- [GOD 75] GODA Y., « Deformation of irregular waves due to depth-controlled wave breaking », *Research report of Port and Harbour Research Institute*, n° 314, p. 59-106, 1975.
- [GOD 76] GODA Y., « On wave groups », *Proceedings of BOSS'76*, Trondheim, p. 115-128, 1976.
- [GOD 83] GODA Y., « Analysis of wave grouping and spectra of long-travelled swell », *Research report of Port and Harbour Research Institute*, n° 22, p. 3-41, 1983.
- [GOD 85] GODA Y., *Random Seas and Design of Maritime Structures*, 323 p., Tokyo : University of Tokyo Press, 1985.
- [GUÉ 89] GUÉVEL P., BOUGIS J., SORASIO E., SCERRI F., CARIOU A., « Contribution à l'étude des effets de carènes liquides », *Actes des II<sup>es</sup> Journées de l'Hydrodynamique*, Nantes, p. 159-174, 1989.
- [GUM 58] GUMBEL E. J., *Statistics of Extremes*, 375 p., New York : Columbia University Press, 1958.
- [HAM 95] HAMM L., Modélisation numérique bidimensionnelle de la propagation de la houle dans la zone de déferlement, Thèse de doctorat, 378 p., Université de Grenoble I, 1995.
- [HAS 73] HASSELMANN K., *et al.*, « Measurements of wind-wave growth and swell decay during the Joint North Sea Wave Project (JONSWAP) », *Deutschen Hydrographischen Zeitschrift*, vol. A8, n°12, p. 277-293, 1973.
- [HAS 76] HASSELMANN K., ROSS D. B., MULLER P., SELL W., « A Parametric Wave Prediction Model », *Journal of Physical Oceanography*, vol. 6, p. 200-228, 1976.
- [HER 93] HERVIEU R., *Le surenfoncement des navires*, Bibliothèque de l'Institut français d'aide à la formation professionnelle maritime, 192 p., Paris : Masson, 1993.
- [HOG 86] HOGBEN N., DACUNHA N. M. C., OLLIVER G. F., *Global Wave Statistics - BMT*, 661 p., Surrey : Unwin Brothers Ltd, Old Woking, 1986.
- [HOR 88] HORIKAWA K., *et al.*, *Nearshore dynamics and coastal processes*, 522 p., Tokyo : University of Tokyo Press, 1988.
- [JAR 79] JARDINE T. P., « The reliability of visually observed wave heights », *Journal of Coastal Engineering*, vol. 3, p. 33-38, 1979.
- [KIN 65] KINSMAN B., *Wind Waves their generation and propagation on the ocean surface*, 676 p., Englewood Cliffs, New Jersey : Prentice-Hall Inc., 1965.
- [KIT 75] KITAIGORODSKII S. A., KRASITSKII V. P., ZASLAVSKII M. M., « On Phillips' theory of equilibrium range in the spectra of wind-generated gravity waves », *Journal of Physical Oceanography*, vol. 5, n°3, p. 410-420, 1975.
- [KOM 76] KOMAR P. D., *Beach processes and sedimentation*, 429 p., Englewood Cliffs, New Jersey : Prentice-Hall Inc., 1976.
- [LAR 79] LARRAS J., *Physique de la houle et des lames*, 282 p., Paris : Eyrolles, 1979.
- [LON 52] LONGUET-HIGGINS M. S., « On the statistical distribution of the heights of sea waves », *Journal of Marine Research*, vol. 11, n°3, p. 245-266, 1952.
- [LON 61] LONGUET-HIGGINS M. S., CARTWRIGHT D. E., SMITH N. D., « Observations of the directional spectrum of sea waves using the motions of floating buoy », *Ocean wave spectra*, Englewood Cliffs, New Jersey : Prentice-Hall, p. 111-142, 1961.
- [MAI 10] MAI S., WILHELMI J., BARJENBRUCH U., « Wave Height Distributions in Shallow Waters », *ASCE Proceedings of the 32th International Conference on Coastal Engineering*, n° 63, Shanghai, p. 1-6, 2010.
- [MCC 94] MCCOWAN J., « On the highest wave of permanent type », *Philosophical Magazine*, vol. 32, p. 351-358, 1894.
- [MEI 89] MEI C. C., *The applied dynamics of ocean surface waves*, vol. 1 de *Advanced Series on Ocean Engineering*, 740 p., Singapore : World Scientific Publishing, 1989.
- [MIC 44] MICHE R., « Mouvements ondulatoires de la mer en profondeur constante ou décroissante », *Annales des Ponts et Chaussées*, vol. 114, n°2-7-13-19, 146 p., 1944.
- [MIT 75] MITSUYASU H., *et al.*, « Observation of the directional spectrum of ocean waves using a cloverleaf buoy », *Journal of Physical Oceanography*, vol. 5, n°4, p. 750-760, 1975.
- [MIT 81] MITSUYASU H., « Directional Spectra of Ocean Waves in Generation area », *Proceedings of the Conference on Directional Wave Spectra Applications*, n° 7, Berkeley, p. 87-102, September 1981.

- [MUN 44] MUNK W. H., Proposed uniform procedure for observing waves and interpreting instrument records, Wave Project Report n°26, Scripps Institute of Oceanography, La Jolla, California, 1944.
- [OCH 76] OCHI M. K., HUBBLE E. N., « Six-Parameter Wave Spectra », *ASCE Proceedings of the 15th Conference on Coastal Engineering*, n° 18, p. 301-328, 1976.
- [OCH 98] OCHI M. K., *Ocean waves - The stochastic approach*, 319 p., Cambridge University Press, 1998.
- [OST 79] OSTENDORF D. W., MADSEN O. S., An analysis of longshore currents and associated sediment transport in the surf zone, Technical report n°Vol.79-13, Sea Grant : MIT, 1979.
- [PHI 58] PHILLIPS O. M., « The equilibrium range in the spectrum of wind generated waves », *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 4, n°4, p. 426-434, 1958.
- [PIE 64] PIERSON W. J., MOSKOWITZ L., « A proposed spectral form for fully developed wind seas based on similarity theory of S.A. Kitaigorodskii », *Journal of Geophysical Research*, vol. 69, n°24, p. 5181-5190, 1964.
- [PRI 74] PRICE W. G., BISHOP R. E. D., *Probabilistic Theory of Ship Dynamics*, 311 p., London : Capman and Hall Ltd, 1974.
- [PUL 07] PULLEN T., ALLSOP N. W. H., BRUCE T., KORTENHAUS A., SCHÜTTRUMPF H., VAN DER MEER J. W., Wave Overtopping of Sea Defences and Related Structures : Assessment Manual, Technical manual, EurOtop, August 2007.
- [RAM 80] RAMAMONJIARISOA A., « Les vagues », *La Recherche*, n°116, p. 9-, octobre 1980.
- [RES 77] RESIO D. T., VINCENT C. L., « Estimation of Winds over the Great Lakes », *Journal of waterway, ASCE Port, Coastal and Ocean Division*, vol. 102, p. 263-282, 1977.
- [RIB 82] RIBADEAU DUMAS L., « Le surenfoncement des navires dû à leur mouvement », *Revue Technique du Service Technique des Phares et Balises*, n°53, p. 26-59, 1982.
- [RYE 82] RYE H., Ocean wave groups, 214 p., Report n°UR 82 18, Department of Marine Technology, Norwegian Institute of Technology, 1982.
- [SAI 53] SAINT-DENIS M., PIERSON W. J., « On the motions of ships in confused seas », *Translation of Society of Naval Architects and Marine Engineers*, vol. 61, New York, p. 280-357, 1953.
- [SAN 96] SANCHEZ M., « Conditions aux limites liées à la réflexion de la houle et distribution des énergies dans un bassin portuaire », *Actes des IV<sup>es</sup> Journées Nationales Génie Civil – Génie Côtier*, Dinard, p. 33-42, 1996.
- [SAR 81] SARPKEYA T., ISAACSON M., *Mechanics of Wave Forces on Offshore Structures*, 651 p., New York : Van Nostrand Reinhold Company Inc., 1981.
- [SER 82] SERVIÈRES R., *Connaissance du navire - Théorie du navire*, vol. 1 de *Ecole Nationale Supérieure de Techniques Avancées*, 158 p., Paris : Eyrolles, 2<sup>e</sup> édition, 1982.
- [SIN 80] SINGAMSETTI S. R., WIND H. G., Characteristics of breaking and shoaling periodic waves normally incident to plane beaches of constant slope, Technical report n°M1371, Delft Hydraulics Laboratory, 1980.
- [SOA 86a] SOARES C. G., « Assessment of the uncertainty in visual observations of wave height », *Ocean Engineering*, vol. 13, n°1, p. 37-56, 1986.
- [SOA 86b] SOARES C. G., « Calibration of visual observations of wave period », *Ocean Engineering*, vol. 13, n°6, p. 539-547, 1986.
- [SUN 80] SUNAMURA T., « A laboratory study of offshore transport of sediment and a model for eroding beaches », *ASCE Proceedings of the 17th Coastal Engineering Conference*, n° 65, Sydney, p. 1051-1070, 1980.
- [SUS 81] SUSBIELLES G., BRATU C., *Vagues et Ouvrages Pétroliers en Mer*, 501 p., Paris : Technip, 1981.
- [SVE 47] SVERDRUP H. U., MUNK W. H., Wind, sea and swell : Theory of relations for forecasting, Report n°601, Washington D.C. : U.S. Navy Hydrographic Office, 1947.
- [TUC 56] TUCKER M. J., « A Ship-borne wave recorder », *Translation of Institute of Naval Architects*, n° 983, Washington, USA, p. 236-250, 1956.
- [USA 73] USACE, *Shore Protection Manual*, in 2 volumes, Washington D.C. : U.S. Army Corps of Engineers, 2<sup>nd</sup> édition, 1973.
- [WEG 72] WEGGEL J., « Maximum Breaker Height for design », *ASCE Proceedings of the 13th International Conference on Coastal Engineering*, n° 21, Vancouver, p. 419-432, 1972.



## Index des Auteurs

### A

Abramowitz M. 55  
Ahrens J.P. 35  
AIPCN 37  
Allenbach M. 89  
Allsop N.W.H. 90

### B

Barjenbruch U. 90  
Basco D.R. 21, 26–29  
Battjes J.A. 31, 86, 87  
Berger U. 18  
Bernier J. 97  
Bishop R.E.D. 69  
Bonmarin P. 26  
Bonnefille R. 89, 97  
Borgman L.E. 77  
Bougis J. 63, 89, 111  
Bouws E. 75  
Bretschneider C.L. 13, 72, 92–94  
Bruce T. 90

### C

Cariou A. 63  
Cartwright D.E. 77  
Cazale H. 95  
CETMEF 90  
Chaloin B. 97  
Chen T.G. 18  
Chesnutt C.B. 22  
CIRIA 90  
Coeffé Y. 97  
Coles K.A. 1  
Crapper G.D. 22  
CUR 90

### D

Dacunha N.M.C. 41  
Dally W.R. 33  
Dalrympe R.A. 33  
Dean R.G. 33

### E

Eckart C. 6  
Ewing J.A. 6

### F

Feuillet J. 97, 101  
Fisher R.A. 98  
Flick R.E. 27  
Forel F.A. 20  
Fredsoe J. 33

### G

Galvin C.J. 22, 23, 26, 31  
Gaughan M.K. 32  
Gelci R. 95  
Gnedenko B.V. 98  
Goda Y. 64, 72, 88  
Grant W.D. 11, 12  
Guével P. 63  
Gumble E.J. 99  
Günther H. 75  
Guza R.T. 27

### H

Hamm L. 86  
Hasselmann K. 74, 93, 94  
Helmholtz H. 6  
Hervieu R. 118  
Hogben N. 41

Hohlhase S. 18  
Horikawa K. 33, 86  
Hubble E.N. 75  
Hunt I.A. 35  
Hwang L.S. 35

**I**

Ingle J.C. 21, 22  
Inman R.L. 27  
Ippen A.T. 22  
Ippen, A.T. 22  
Isaacson M. 74  
Iversen H.W. 22, 31

**J**

Jardine T.P. 48  
Jeffreys H. 6, 7  
Jonsson I.G. 11, 12

**K**

Kadib A.L. 22  
Kajiura K. 11  
Kamphuis J.W. 11  
Kelvin W. 6  
Keulegan G.H. 22  
Kinsman B. 6, 92  
Kitaigorodskii S.A. 75  
Koh R.C.T. 32  
Koh R.C.Y. 35  
Komar P.D. 21  
Kortenhaus A. 90  
Kpmar P.D. 32  
Krasitskii V.P. 75  
Kulin G. 22

**L**

Lajoie D. 89  
Larras J. 23, 97  
Le Méhauté B. 32, 35  
Lenau C.W. 22  
Lighthill M.J. 6, 18  
Longuet-Higgins M.S. 33, 61, 77

**M**

Madsen O.S. 30, 88  
Mai S. 90  
McCowan J. 30, 86

Mei C.C. 19, 31, 86  
Melville W.K. 19  
Miche R. 86  
Michell J.H. 29  
Miler R.L. 24, 26  
Miles J.W. 6, 8, 19  
Mitsuyasu H. 77  
Mizuguchi M. 33  
Moskowitz L. 73  
Muller P. 94  
Munk W.H. 2, 6, 22, 92

**N**

Nakagawa T. 27  
Nielsen A.H. 18

**O**

Ochi M.K. 75  
Olliver G.F. 41  
Ostendorf D.W. 30, 88

**P**

Peregrine D.H. 24  
Perroud P.H. 18  
Phillips O.M. 6, 8, 72  
Pierson W.J. 73, 77  
Price R.K. 22  
Price W.G. 69  
Pullen T. 90

**R**

Ramamonjariisoa A. 6–8  
Resio D.T. 94  
Ribadeau Dumas L. 111  
Rosenthal W. 75  
Ross D.B. 93, 94  
Rye H. 65

**S**

Saint-Denis M. 77  
Sanchez M. 17  
Sarpkaya T. 74  
Saville T. 22  
Scerri F. 63  
Schiffman A. 22  
Schüttrumpf H. 90  
Sell W. 93, 94

Servières R. 120  
Singamsetti S.R. 31, 87  
Smith N.D. 77  
Soares C.G. 48  
Sorasio E. 63  
Stegun I.A. 55  
Stive M.J.F. 33  
Stokes G.G. 6, 29  
Sunamura T. 30–32, 87  
Svendsen I.A. 33  
Sverdrup H.U. 2, 6, 92  
Swendsen I.A. 29

## **T**

Tippett L.H.C. 98  
Tucker M.J. 47

## **V**

van der Meer J.W. 90  
Vassal J. 95  
Vincent C.L. 75, 94

## **W**

Weggel J.R. 87  
Wiegel R.L. 18, 22, 31  
Wilhelmi J. 90  
Wind H.G. 31, 87

## **Y**

Yue D.K. 19

## **Z**

Zaslavskii M.M. 75





# Index des Sujets

## A

Analyse harmonique 67

## C

Courant

- compensation 21
- de marée 131
- de projet 131
- de vent 132
- houle 21
- sagittal 21

## D

Déferlement 23

- critère d'Ostendorf et Madsen 88
- critère de Battjes 87
- critère de Goda 88
- critère de McCowan 86
- critère de Miche 86
- critère de Weggel 87
- effondrement 25
- faible profondeur 86, 89
- frontal 25
- glissant 23
- plan incliné 87
- plongeant 23
- profondeur constante 86

Densité

- de probabilité 50, 52, 56
- spectrale 69
- spectrale angulaire 69, 70

Distribution

- fonction aléatoire 52
- moments 98
- vagues 56, 62, 89

Durée de retour 84

## E

Echelle

- Beaufort 38
- Douglas 39
- OTAN 40

énergie

- transfert par déferlement 8

Etat de Mer

- classification 38

Etat de mer

- spectre 67

Etats de mer

- définition 2
- de projet 83
- mesures des 47
- observations visuelles 47
- statistiques 48
- zones géographiques 41

## F

Fonction

- aléatoire 52, 68
- autocorrélation 68
- de directivité 71, 76
- de transfert 79
- densité de probabilité 56
- densité spectrale 70
- erreur 56
- Phillips 72

Formule

- de la moyenne 57
- Dick et Darwin 99
- Hasselmann 94

Sverdrup-Munk-Bretschneider 93

Frottement

coefficient 12

## G

Génération-propagation 95

## H

Hauteur

de transition 90

significative 2, 39, 48, 60, 72, 93

vue 47

Houle

décomposition 51

déferlement 21

diffraction 15

hauteur 37

onde de Mach 18

propagation 11

réflexion 15

réfraction 14

seiche 19

shoaling 13

transformations 103

## I

Incidence 2

## L

Lames

amplification 7

génération 5

initiation 6

résonance 6

Limitation

fetch 91

profondeur 86

Loi

composite de Weibull 89

de probabilité 49

Fréchet 98

Gauss 50, 57

Gumbel 99, 103

Laplace 103

Poisson 102

Polya 102

Rayleigh 57–59, 62, 63, 65, 81, 89

Weibull 89, 100, 103

## M

Méthode

extrapolation 97

POT 101

renouvellement 101

modélisation linéaire 107

modélisation spectre 108

## P

Paramètre

Iribaren-Battjes 87

Période

de pic 2, 72, 94

moyenne 2

significative 2, 72, 94

vue 47

zero up-crossing 2

## S

Spectre

Bretschneider 72

courant 76

de réponse 79

directivité 76

empirique 71

Harris 128

JONSWAP 74

monodirectionnel 71

Ochi-Hubble 75

Pierson-Moskowitz 72

TMA 74

Stochastique 79

long terme 96

## T

Transformation

intégrale de Fourier 69

## V

Vagues

analyse 53

dénivelée 53

extrema 56

groupement 64

hauteurs 58–63

- passage
  - extremum 55
  - niveau donné 53
  - niveau moyen 54
- répartition
  - hauteur 57
  - maxima 57
- vagues
  - navire 111
- Valeur extrême
  - court terme 63
- Vent
  - état de mer 129
  - intensité turbulente 128
- vent
  - signal temporel 128
  - vent de projet 129

