

# Méthode tridimensionnelle de calcul de la résistance ajoutée d'un navire sur houle

par

**P.GUEVEL**

•Docteur es Sciences

**J.BOUGIS**

Ingénieur-Docteur

Société Principia

## SOMMAIRE

Nous proposons ici une méthode de calcul fondée sur la théorie du potentiel et mettant en oeuvre une méthode de singularités pour évaluer la résistance ajoutée d'un navire sur houle.

Le calcul des deux composantes horizontales des efforts non linéaires (cavalement et embardée) est effectuée au moyen du théorème de Lagally généralisé au cas d'un navire de surface à partir de la cinématique du problème tridimensionnel de diffraction-radiation avec vitesse d'avance linéaire. Les couplages avec le problème de Neumann-Kelvin ont été négligés dans le cadre de l'approximation du navire élané.

Les résultats numériques obtenus sont comparés à des résultats expérimentaux fournis par W. Beukelman. Un accord acceptable est constaté à ce sujet.

A 3 D METHOD TO COMPUTE ADDED RESISTANCE IN WAVE

## SUMMARY

We describe in this paper a 3D numerical approach based on the potential theory to compute the added resistance in wave of a ship using a singularity method.

The computation of the two horizontal no-linear components (surge and sway) is performed with Lagally's theorem extended to the case of a floating

body, using the kinematics of the linearized 3D diffraction-radiation with forward speed problem. Coupling terms with Neumann-Kelvin problem neglected thanks to approximation of slender ship.

Numerical results are compared to experimental results given by W. Beukelman, which shows good agreement.

#### INTRODUCTION

Pour atteindre un objectif fixé, un engin océanique perd une partie de son efficacité lorsque l'environnement cesse d'être clément ; il en résulte une dégradation de la mission pour laquelle il a été conçu.

Par exemple, la durée de transit d'un navire évoluant sur une mer agitée croît non seulement du fait de la perte de vitesse qui résulte de l'augmentation de la résistance de carène et de la diminution du rendement propulsif, mais aussi à cause des réductions volontaires de vitesse et des modifications de route effectuées pour éviter des oscillations critiques.

L'opérabilité d'un navire assurant une liaison donnée, peut alors être définie ainsi :

$$\text{Opérabilité} = \frac{\text{Durée de transit en eau calme}}{\text{Durée de transit compte tenu de l'environnement océanique}}$$

Dans le cas d'un navire de guerre, il se peut, d'ailleurs, que celui-ci cesse d'être opérationnel lorsque l'état de mer dépasse un seuil critique ; d'où un second critère d'opérabilité :

Opérabilité : 1-fraction de temps pendant lequel la mission ne peut être accomplie.

Quelle que soit la définition adoptée pour quantifier la dégradation de la mission d'un navire, il apparaît que celle-ci est très fortement couplée aux mouvements oscillatoires auxquels il est soumis. Ces mouvements oscillatoires interviennent donc fondamentalement dans une prédiction de la fraction espérée de vitesse et de la fraction espérée du temps pendant lequel le bâtiment est opérationnel.

L'approche du problème relève essentiellement de la statistique ; mais la recherche d'une solution déterministe en constitue le préalable.

Dans ces conditions, nous nous sommes tout d'abord attachés à élaborer un programme de calcul tridimensionnel permettant de déterminer les oscillations d'un navire, animé d'une vitesse de route moyenne constante, sollicité par une houle monochromatique, unidirectionnelle. L'extension de ce programme au calcul de l'augmentation de la résistance de carène, due aux divers effets de la houle incidente, fait l'objet du présent mémoire.

Nous appellerons résistance ajoutée, la différence  $\Delta R_w$  entre ; la résistance d'ondes d'un navire, animé d'une vitesse de route moyenne  $V_0$  sur une mer formée, et :  
la résistance d'ondes de ce même navire se déplaçant à la vitesse  $V_0$  sur un plan d'eau calme.

Le problème du calcul de la résistance ajoutée d'un navire s'apparente à celui du calcul des efforts de dérive sur houle sollicitant une structure assujettie à demeurer sur un site donné par un système de positionnement, statique ou dynamique ; dans les deux cas, le phénomène résulte d'effets non linéaires.

Cependant, le premier de ces problèmes est incomparablement plus compliqué que le second ; les difficultés spécifiques du calcul de la résistance ajoutée sont les suivantes :

- l'écoulement n'est pas stationnaire dans un repère absolu,
- le champ de vagues lointain est extrêmement complexe.
- la condition de surface libre fait intervenir les dérivées tangentielles du potentiel, jusqu'au second ordre ; ce qui entraîne de très sérieuses complications, aussi bien sur le plan purement formel que sur le plan du traitement numérique, du fait de l'existence d'une intégrale de ligne.

La complexité du problème de diffraction-radiation avec vitesse d'avance est telle qu'on ne dispose même pas actuellement d'une théorie consistante ayant débouché sur une formulation indiscutable de la résistance ajoutée d'un navire sur houle ; alors qu'une telle formulation existe depuis plus de vingt ans en ce qui concerne les efforts de dérive.

Notre contribution sur ce sujet n'est nullement exhaustive. Les développements que nous avons effectués sont fondés sur de nombreuses hypothèses et approximations ; en particulier, ils ne sont consistants que dans la mesure où on admet que le navire est élané.

## 1. HYPOTHESES ET APPROXIMATIONS

### 1.1. Hypothèses ;

Le fluide étant supposé isovolume et "presque parfait", on admet en outre que l'écoulement est irrotationnel ; il en résulte que le champ des vitesses absolues  $\vec{V}(M,t)$  dérive d'un potentiel harmonique  $\Phi(M,t)$ .

- La surface libre s'étend jusqu'à l'infini, dans toutes les directions.
- Le fond de la mer est assimilé à un plan horizontal indéfini.
- La houle excitatrice est la houle simple d'AIRY.
- Le navire, supposé indéformable, conserve indéfiniment une vitesse de route moyenne constante et un cap moyen constant.

L'ensemble de ces hypothèses implique, entre autres, que le navire effectue des oscillations périodiques, selon ses six degrés de liberté, autour de sa position moyenne. La notion de résistance ajoutée serait donc parfaitement claire si on savait déterminer la fonction de potentiel

$\Phi(M,t)$  qui satisfait exactement toutes les conditions aux limites ; la résultante et le moment résultant des efforts exercés par le fluide sur la surface de carène s'obtiendrait immédiatement en intégrant les forces de pression explicitées par l'équation de Lagrange. Malheureusement, la résolution du problème aux limites défini dans le cadre des hypothèses admises jusqu'ici soulève des difficultés inextricables ; on est donc bien obligé de simplifier encore le problème en introduisant de nombreuses approximations.

### 1.2. Approximations :

En vue d'aboutir à un modèle mathématique linéaire, on est amené à admettre les circonstances suivantes :

- l'amplitude de la houle incidente est très petite vis-à-vis de sa longueur d'onde  $\lambda$ , de la profondeur d'eau  $h$  et d'une longueur caractéristique  $L$  du navire.
- l'amplitude des oscillations du navire autour de sa position moyenne est très faible vis à vis de sa longueur caractéristique  $L$ .
- le navire est supposé assez mince pour que l'on puisse considérer que

la vitesse absolue du fluide  $\vec{V}$  est petite vis-à-vis de la vitesse d'avance  $V_0$ .

## 2. NOTATIONS

- $a$  , l'amplitude de la houle incidente  
 $\sigma$  , la pulsation de la houle  
 $h$  , la profondeur d'eau moyenne  
 $g$  , l'accélération de la pesanteur  
 $m_0$  , le nombre d'ondes ; celui-ci est la solution positive de l'équation implicite :  $m_0 t h m_0 h = \sigma^2 / g$   
 (SL) , la surface libre  
 ( $\Sigma$ ) , la surface de carène  
 ( $\vec{n}$ ) , la normale extérieure à la surface de carène  
 (SF) , la surface de flottaison  
 (c) , le contour de flottaison  
 ( $\pi$ ) , la surface du fond, assimilée à un plan horizontal  
 (D) , l'ensemble du domaine occupé par le fluide  
 $\epsilon$  , la viscosité fictive des fluides presque parfaits  
 $V_0$  , la vitesse moyenne du navire  
 (o,xyz) un repère mobile lié au navire  
 $e_1(t), e_2(t), e_3(t)$ , les vecteurs unitaires des axes liés ox,oy,oz  
 (A,XYZ) , un repère mobile entraîné dans les mouvements moyens du navire.  
 $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ , les vecteurs unitaires, de directions fixes, des axes AX,AY,AZ  
 $\vec{a} = \vec{a}(t) = \vec{AO}$ , l'élongation linéaire du navire par rapport à sa position moyenne.  
 $\vec{\Theta} = \vec{\Theta}(t)$  l'élongation angulaire du navire  
 $\vec{C}(t) = \frac{d}{dt} \vec{a}(t)$ , la vitesse fluctuante de l'origine o des axes liés.  
 $\vec{\Omega}(t) = \frac{d}{dt} \vec{\Theta}(t)$ , la vitesse de rotation instantanée des axes liés  
 $\langle F \rangle$  la moyenne temporelle d'une grandeur périodique quelconque F scalaire ou vectorielle ; on a, en particulier, et par définition  
 $\langle \vec{a} \rangle = 0$  ,  $\langle \vec{\Theta} \rangle = 0$   
 $\beta$  l'angle que forme avec l'axe AX, la direction de propagation de la houle.  
 $\omega = \sigma - m_0 V_0 \cos \beta$  , la pulsation de rencontre.

Ces notations, du moins pour la plupart d'entre-elles, sont rappelées sur la figure (1).

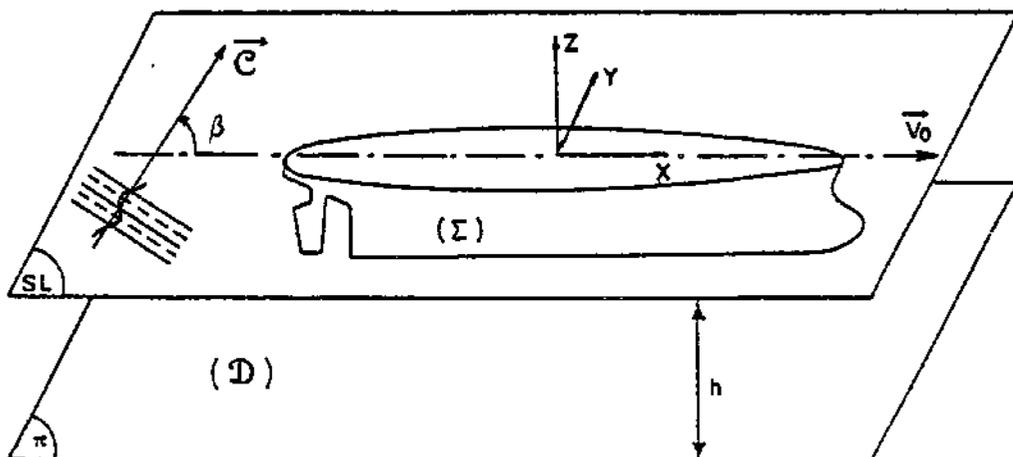


Figure 1

Par ailleurs, nous aurons constamment à considérer des grandeurs variant sinusoidalement en fonction du temps, à la pulsation de rencontre  $\omega$  ; nous adopterons alors l'écriture suivante pour désigner l'une d'entre elles,  $A(M,t)$  par exemple :

$$A(M,t) = A^*(M) \cos \omega t + A^{**}(M) \sin \omega t \\ = \mathcal{R}_e [ \mathcal{A}(M) e^{-i\omega t} ]$$

Les quantités complexes, telles que  $\mathcal{A}(M) = A^*(M) + iA^{**}(M)$  seront systématiquement symbolisées par des lettres en majuscules de ronde ; on notera d'ailleurs la plupart du temps  $\mathcal{A}(M) = \mathcal{A}$

Nous serons également souvent amenés à calculer la moyenne temporelle du produit de deux fonctions sinusoidales du temps  $A(M,t)$ ,  $B(M,t)$ , de même période, celle-ci s'explicitera ainsi :

$$\langle A(M,t) \cdot B(M,t) \rangle = \frac{1}{2} \mathcal{R}_e (\mathcal{A} \cdot \bar{\mathcal{B}})$$

### 3. LE PROBLEME DE DIFFRACTION-RADIATION AVEC VITESSE D'AVANCE

#### 3.1. Problème aux limites :

Compte-tenu des hypothèses et des approximations qui ont été consenties, le potentiel absolu  $\mathfrak{z} = \mathfrak{z}(X,Y,Z;t)$  est une fonction harmonique caractérisée par les conditions aux limites suivantes :

- Condition de surface libre linéarisée des fluides presque parfaits :

$$E(\mathfrak{z}) = \left[ \frac{\partial^2}{\partial t^2} + 2\epsilon \left( \frac{\partial}{\partial t} - V_0 \frac{\partial}{\partial X} \right) - 2V_0 \frac{\partial^2}{\partial t \partial X} + V_0^2 \frac{\partial^2}{\partial X^2} + g \frac{\partial}{\partial Z} \right] \mathfrak{z} = 0 \dots\dots (1)$$

- Condition de glissement sur le fond de la mer

$$\frac{\partial \mathfrak{z}}{\partial Z} \Big|_{Z=-h} = 0 \dots\dots\dots (2)$$

- Condition de glissement sur la surface de carène

$$\frac{\partial \mathfrak{z}}{\partial n} \Big|_{\Sigma} = \left[ \vec{V}_0 + \vec{C}(t) + \vec{V}_0 \wedge \vec{\Theta}(t) + (\vec{\Omega} \wedge \vec{OM}) \right] \cdot \vec{n} \dots\dots\dots (3)$$

( $\Sigma$ ) et  $\vec{n}$  désignant maintenant la surface de carène et la normale à celle-ci dans leur position moyenne.

- Condition à l'infini

$$\mathfrak{z} - \mathfrak{z}_I \longrightarrow 0 \quad , \quad \text{pour } |OM| \longrightarrow \infty \dots\dots\dots (4)$$

$\mathfrak{z}_I$  étant le potentiel de la houle incidente, soit :

$$\mathfrak{z}_I = - \frac{ag}{\sigma} \frac{\text{ch } m_0(Z+h)}{\text{ch } m_0 h} \cos [ m_0 ( X \cos \beta + Y \sin \beta ) - \omega t ] \dots\dots\dots (5)$$

avec •

$$\omega = \sigma - m_0 V_0 \cos \beta \dots\dots\dots (6)$$

La fonction harmonique  $\mathfrak{z}_I$  satisfaisant évidemment les conditions (1) et (2), il est tout indiqué de poser :

$$\mathfrak{z} = \mathfrak{z}_I + \mathfrak{z}_p \dots\dots\dots (7)$$

$\Phi_p$  étant le potentiel de perturbation défini par les équations :

$$\Delta \Phi_p = 0 \quad , \text{ dans } (D) \dots\dots\dots (8)$$

$$E \Phi_p = 0 \dots\dots\dots (9)$$

$$\frac{\partial \Phi_p}{\partial n} \Big|_{\Sigma} = \vec{V}_0 \cdot \vec{n} - \frac{\partial \Phi_I}{\partial n} + (\vec{V}_0 \wedge \vec{\theta} + \vec{C} + \vec{\Omega} \wedge \vec{OM}) \cdot \vec{n} \dots\dots\dots (10)$$

$$\Phi_p \longrightarrow 0 \quad , \text{ pour } |OM| \longrightarrow \infty \dots\dots\dots (11)$$

La solution du système d'équations linéaires ci-dessus peut manifestement être décomposée ainsi :

$$\Phi_p = \Phi_w + \Phi_D + \Phi_R \dots\dots\dots (12)$$

$\Phi_w$  étant le potentiel de Neumann-Kelvin

$\Phi_D$  étant le potentiel de diffraction

$\Phi_R$  étant le potentiel de radiation

Ces trois derniers potentiels doivent tout d'abord satisfaire individuellement les équations homogènes du type (8),(9),(11) et (12) ; chacun d'eux est ensuite caractérisé par les conditions aux limites spécifiques suivantes devant être satisfaites sur la surface de carène :

$$\frac{\partial \Phi_w}{\partial n} \Big|_{\Sigma} = \vec{V}_0 \cdot \vec{n} \dots\dots\dots (13)$$

$$\frac{\partial \Phi_D}{\partial n} \Big|_{\Sigma} = - \frac{\partial \Phi_I}{\partial n} \dots\dots\dots (14)$$

$$\frac{\partial \Phi_R}{\partial n} \Big|_{\Sigma} = (\vec{C} + \vec{V}_0 \wedge \vec{\theta} + \vec{\Omega} \wedge \vec{OM}) \cdot \vec{n} \dots\dots\dots (15)$$

### 3.2. Etude particulière du potentiel $\Phi_w$

La seule équation non homogène que celui-ci doit satisfaire est :

$$\frac{\partial \Phi_w}{\partial n} \Big|_{\Sigma} = \vec{V}_0 \cdot \vec{n}$$

où ( $\Sigma$ ) et  $\vec{n}$  sont considérés comme fixes dans le repère (A,XYZ) animé d'un mouvement de translation uniforme de vitesse  $\vec{V}_0$ .

Il en résulte que  $\Phi_w$  est indépendant du temps ; les équations qui caractérisent ce potentiel  $\Phi_w$  se réduisent alors simplement à :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial^2 \Phi_w}{\partial X^2} - \frac{2\epsilon}{V_0} \frac{\partial \Phi_w}{\partial X} + k_0 \frac{\partial \Phi_w}{\partial Z} \Big|_{Z=0} = 0 \\ \frac{\partial \Phi_w}{\partial Z} \Big|_{Z=-h} = 0 \\ \frac{\partial \Phi_w}{\partial n} \Big|_{\Sigma} = \vec{V}_0 \cdot \vec{n} \end{array} \right. \quad , \quad k_0 = \frac{g}{V_0^2} \dots\dots\dots (16)$$

Celles-ci sont identiques à celles qui régissent l'écoulement créé par un navire en mouvement sur un plan d'eau calme lorsqu'on adopte le modèle mathématique linéarisé de Neumann-Kelvin.

### 3.3. Etude particulière du potentiel $\Phi_D$ :

L'équation non homogène qui caractérise ce potentiel est :

$$\frac{\partial \Phi_0}{\partial n} \Big|_{\Sigma} = - \frac{\partial \Phi_1}{\partial n} \Big|_{\Sigma}$$

dont le second membre est une fonction sinusoidale du temps de pulsation  $\omega$ . Il en sera alors de même du potentiel  $\Phi_0$  ; on pourra donc poser :

$$\Phi_0(M, t) = \mathcal{R}_e \left[ \mathcal{F}_0(M) e^{-i\omega t} \right] \dots \dots \dots (17)$$

et également :

$$\Phi_1(M, t) = \mathcal{R}_e \left[ \mathcal{F}_1(M) e^{-i\omega t} \right] \dots \dots \dots (18)$$

avec :

$$\mathcal{F}_1(M) = - \frac{\sigma g}{\sigma} \frac{\text{ch } m_0(Z+h)}{\text{ch } m_0 h} e^{im_0(X \cos \beta + Y \sin \beta)} \dots \dots \dots (19)$$

Avec ces notations, les équations devant être satisfaites par le potentiel complexe  $\mathcal{F}_0 = \mathcal{F}_0(M)$  prennent la forme suivante :

$$\begin{aligned} \mathcal{E}(\mathcal{F}_0) &= \left\{ \left[ -\omega^2 - 2\epsilon \left( i\omega + V_0 \frac{\partial}{\partial X} \right) + 2i\omega V_0 \frac{\partial}{\partial X} + V_0^2 \frac{\partial^2}{\partial X^2} + g \frac{\partial}{\partial Z} \right] \mathcal{F}_0 \right\} = 0 \\ \frac{\partial \Phi_0}{\partial Z} \Big|_{Z=-h} &= 0 \dots \dots \dots (20) \\ \frac{\partial \Phi_0}{\partial n} \Big|_{\Sigma} &= \vec{V}_0 \cdot \vec{n} \end{aligned}$$

Dès lors qu'on aura déterminé la solution  $\mathcal{F}_0$  de ce problème aux limites, on connaîtra le potentiel d'excitation :

$$\Phi_{\text{ex}} = \Phi_1 + \Phi_0 = \mathcal{R}_e \left[ (\mathcal{F}_1 + \mathcal{F}_0) e^{i\omega t} \right] \dots \dots \dots (21)$$

et on sera en mesure de calculer la contribution de ce dernier dans les expressions des efforts hydrodynamiques qui sollicitent la carène. Ces efforts d'excitation varient sinusoidalement en fonction du temps, à la pulsation  $\omega$  ; il en sera évidemment de même en ce qui concerne les mouvements d'oscillations du navire puisque ceux-ci sont régis par les équations de Newton qui, dans le cadre de l'hypothèse des petits mouvements, peuvent être, elles aussi, linéarisées.

### 3.4 Etude particulière du potentiel $\Phi_R$

Les petites oscillations du navire autour de sa position moyenne étant sinusoidales, de pulsation  $\omega$ , nous poserons :

$$a_q(t) = \mathcal{R}_e(L \mathcal{A}_q e^{-i\omega t}) \quad , \quad q = 1, 2, 3 \dots \dots \dots (22)$$

où  $L$  est une longueur arbitraire, et :

$$\theta_{q-3}(t) = \mathcal{R}_e(\mathcal{A}_q e^{-i\omega t}) \quad , \quad q = 4, 5, 6 \dots \dots \dots (23)$$

$\mathcal{A}_q$ ,  $q = 1, 2, \dots, 6$  désignant les amplitudes complexes adimensionnelles caractérisant les six mouvements élémentaires du navire : le cavalement l'embardeé, le pilonnement, le roulis, le tangage et le lacet.

Dans ces conditions, le potentiel  $\Phi_R$ , caractérisé par l'équation non homogène (15) sera, lui aussi, une fonction sinusoidale du temps, de pulsa-

tion  $w$  ; de sorte qu'on pourra encore poser :

$$\mathfrak{E}_R(M, t) = \mathcal{R}_0 \left[ \mathfrak{F}_R(M) e^{-i\omega t} \right] \dots \dots \dots (24)$$

le potentiel complexe  $\mathfrak{F}_R = \mathfrak{F}_R(M)$  devant alors satisfaire le système d'équations :

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathfrak{E}(\mathfrak{F}_R) = 0 \\ \frac{\partial \mathfrak{F}_R}{\partial Z} \Big|_{Z=h} = 0 \\ \frac{\partial \mathfrak{F}_R}{\partial n} \Big|_{\Sigma} = -i\omega L \left\{ (\vec{e}_1 \cdot \vec{n}) \mathcal{A}_1 + (\vec{e}_2 \cdot \vec{n}) \left( \mathcal{A}_2 - \frac{iV_0}{\omega L} \mathcal{A}_6 \right) + (\vec{e}_3 \cdot \vec{n}) \left( \mathcal{A}_3 + \frac{iV_0}{\omega L} \mathcal{A}_5 \right) + \sum_{q=4}^6 \left[ (\vec{e}_{q-3} \wedge \frac{\vec{OM}}{L}) \cdot \vec{n} \mathcal{A}_q \right] \right\} \end{array} \right. \dots \dots \dots (25)$$

$\mathfrak{E}(\ )$  etant encore l'opérateur défini par la première des formules (20).

Il apparaît ainsi que le potentiel complexe  $\mathfrak{F}_R$  peut être considéré comme la combinaison linéaire suivante :

$$\mathfrak{F}_R = -i\omega L \left\{ \mathcal{A}_1 \mathfrak{F}_1 + \left( \mathcal{A}_2 - \frac{iV_0}{\omega L} \mathcal{A}_6 \right) \mathfrak{F}_2 + \left( \mathcal{A}_3 + \frac{iV_0}{\omega L} \mathcal{A}_5 \right) \mathfrak{F}_3 + \sum_{q=4}^6 \mathcal{A}_q \mathfrak{F}_q \right\} \dots \dots (26)$$

des six potentiels élémentaires de radiation  $\mathfrak{F}_q$  caractérisés par les conditions aux limites :

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathfrak{E}(\mathfrak{F}_q) = 0 \quad , \quad \forall q \\ \frac{\partial \mathfrak{F}_q}{\partial Z} \Big|_{\Sigma} = 0 \quad , \quad \forall q \\ \frac{\partial \mathfrak{F}_q}{\partial n} \Big|_{\Sigma} = \begin{cases} (\vec{e}_q \cdot \vec{n}) & , \text{ pour } q = 1, 2, 3 \\ (\vec{e}_{q-3} \wedge \frac{\vec{OM}}{L}) \cdot \vec{n} & , \text{ pour } q = 4, 5, 6 \end{cases} \end{array} \right. \dots \dots \dots (27)$$

### 3.5. Fonction de Green du problème de diffraction-radiation

Le problème de diffraction, défini par les équations (20), et les six problèmes élémentaires de radiation, définis par les équations (27), sont de même nature. En effet, les potentiels  $\mathfrak{F}_0$  et  $\mathfrak{F}_q$ ,  $q = 1, 2, \dots, 6$ , satisfont tous à la même condition de surface libre et à la même condition de glissement sur le fond ; seule est différente la condition devant être satisfaite par chacun d'eux sur la surface de carène.

Le préalable à la mise en oeuvre d'une quelconque méthode de calcul permettant de résoudre le problème de diffraction-radiation avec vitesse d'avance passe donc nécessairement par la construction de la fonction de Green,  $\mathfrak{G} = \mathfrak{G}(M, M')$ , définie ainsi :

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta \mathfrak{G} = \mathcal{Q} \delta(M, M') \quad \begin{array}{l} -h < Z(M) < 0 \\ -h < Z(M') < 0 \end{array} \\ \mathfrak{E}(\mathfrak{G}) = 0 \\ \frac{\partial \mathfrak{G}}{\partial n} \Big|_{Z=-h} = 0 \end{array} \right. \dots \dots \dots (28)$$

$\delta$  désignant la fonction de DIRAC ;  $\mathcal{Q}$  étant une constante, éventuellement complexe, qui peut être interprétée comme le débit d'une source de Kelvin, centrée sur le point  $M'$ .

Nous donnons, ci-après, l'une des expressions de cette fonction de Green, soit :

$$\left\{ \begin{aligned} \mathfrak{G}(M, M') &= \mathfrak{G}_1(M, M') + \mathfrak{G}_2(M, M') + \mathfrak{G}_3(M, M') \\ \mathfrak{G}_1(M, M') &= -\frac{Q}{4\pi} \left( \frac{1}{|MM'|} + \frac{1}{|MN'|} \right), \quad \left\{ \begin{aligned} |MM'| &= \sqrt{(X-X')^2 + (Y-Y')^2 + (Z-Z')^2} \\ |MN'| &= \sqrt{(X-X')^2 + (Y-Y')^2 + (Z+Z'+2h)^2} \end{aligned} \right. \\ \mathfrak{G}_2(M, M') &= \frac{Q}{4\pi^2} \int_{-\pi}^{+\pi} d\theta \int_0^{\infty} (1-thkh) \operatorname{ch} k(Z+h) \operatorname{ch} k(Z'+h) e^{ik\omega} dk \dots\dots\dots (29) \\ \mathfrak{G}_3(M, M') &= \frac{gQ}{4\pi^2} \int_{-\pi}^{+\pi} d\theta \int_0^{\infty} \frac{\operatorname{ch} k(Z+h) \operatorname{ch} k(Z'+h)}{D(\theta, k) \operatorname{ch}^2 kh} e^{ik\omega} k dk \end{aligned} \right.$$

avec :

$$\omega = (X-X') \cos \theta + (Y-Y') \sin \theta \dots\dots\dots (30)$$

$$D(\theta, k) = (kV_0 \cos \theta + \omega)^2 + 2i\epsilon (kV_0 \cos \theta + \omega) - gkthkh \dots\dots\dots (31)$$

3.6. Fonction de Kochin

On considère maintenant une distribution superficielle de sources de Kelvin réparties avec la densité  $\sigma = \sigma(M')$  sur une surface fermée ( $\Sigma$ ) entièrement immergée. Les résultats établis dans l'alinéa ci-dessus peuvent être généralisés sans restriction au cas présent qui respecte la condition selon laquelle la cote de tout point  $M'$  est strictement négative. D'où l'expression de la fonction de Green  $\mathfrak{G}(M)$  attachée à la distribution de sources considérées :

$$\begin{aligned} \mathfrak{G}(M) &= -\frac{1}{4\pi} \iint_{\Sigma} \sigma(M') \left( \frac{1}{|MM'|} + \frac{1}{|MN'|} \right) dS(M') \\ &\quad - \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} d\theta \int_0^{\infty} H(\theta, k) \operatorname{ch} k(Z+h) e^{-kh} e^{ik(X \cos \theta + Y \sin \theta)} dk \\ &\quad - \frac{g}{\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} d\theta \int_0^{\infty} \frac{H(\theta, k) \operatorname{ch} k(Z+h)}{D(\theta, k) \operatorname{ch} kh} e^{ik(X \cos \theta + Y \sin \theta)} h dk \dots\dots (32) \end{aligned}$$

$H(\theta, k)$  désignant la fonction de Kochin définie ainsi :

$$H(\theta, k) = -\frac{1}{4\pi} \iint_{\Sigma} \sigma \frac{\operatorname{ch} k(Z+h)}{\operatorname{ch} kh} e^{-ik(X \cos \theta + Y \sin \theta)} dS \dots\dots\dots (33)$$

Pour une distribution superficielle de doublets normaux, de densité  $\mu = \mu(M')$  répartis sur la surface fermée ( $\Sigma$ ), on obtient de la même manière :

$$\begin{aligned}
\mathcal{G}(M) &= -\frac{1}{4\pi} \iint_{\Sigma} \mu(M') \frac{\partial}{\partial n(M')} \left( \frac{1}{|MM'|} + \frac{1}{|MN'|} \right) dS(M') \\
&\quad - \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} d\theta \int_0^{\infty} H(\theta, k) \operatorname{ch} k(Z+h) e^{-kh} e^{ik(X\cos\theta + Y\sin\theta)} dk \\
&\quad - \frac{g}{\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} d\theta \int_0^{\infty} \frac{H(\theta, k) \operatorname{ch} k(Z+h)}{D(\theta, k) \operatorname{ch} kh} e^{ik(X\cos\theta + Y\sin\theta)} k dk \dots (34)
\end{aligned}$$

avec :

$$H(\theta, k) = -\frac{1}{4\pi} \iint_{\Sigma} \mu \frac{\partial}{\partial n} \left[ \frac{\operatorname{ch} k(Z+h)}{\operatorname{ch} kh} e^{-ik(X\cos\theta + Y\sin\theta)} \right] dS \dots (35)$$

### 3.7. Fonction de Kochin modifiée

Dans le cas où des singularités de Kelvin sont distribuées sur une surface ( $\Sigma$ ) qui intercepte la surface libre, on se heurte à deux difficultés essentielles :

- la première réside dans le fait que l'identité :

$$\left. \frac{1}{|MM'|} \right|_{Z=0} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} d\theta \int_0^{\infty} e^{k(Z'+i\varpi)} dk,$$

sur laquelle sont fondés les développements ayant permis d'établir les formules (29), cesse d'être valable lorsque  $Z'$  n'est pas strictement négatif.

- la seconde est liée aux risques d'erreur qu'entraîne l'obligation de devoir calculer les transformées de Fourier de fonctions discontinues.

Pour s'affranchir de ces difficultés, nous avons adopté une méthode qui consiste à prolonger arbitrairement la distribution de singularités considérée ( $\mathcal{D}'$ ) par une distribution de singularités, du même type ( $\mathcal{D}_1$ ), réparties sur une surface ( $\Sigma$ ), de contour (c) disposée dans le domaine  $Z > 0$  ; on exige seulement de ce prolongement qu'il assure la continuité de la distribution ( $\mathcal{D} + \mathcal{D}_1$ ) sur la surface fermée ( $\Sigma + \Sigma$ ).

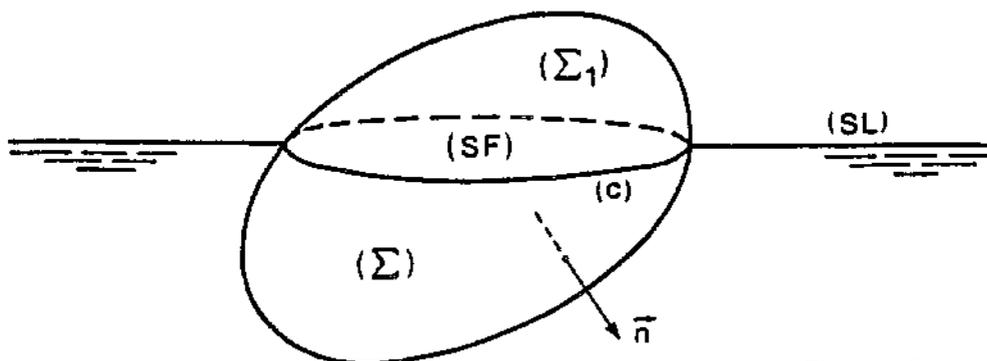


Figure 2

Cette manière d'appréhender le problème permet de maîtriser les différentes discontinuités des fonctions dont on a à expliciter les transformées de Fourier ; sa justification tient dans le fait que, tous calculs faits, le résultat final ne dépend pas de la distribution arbitraire ( $\mathcal{D}_1$ ).

Il résulte de ces calculs que les formules (32) et (34) restent encore valables à condition d'effectuer, uniquement dans le dernier terme de leur second membre, les substitutions suivantes :

- Pour une distribution superficielle de sources :

$$\left\{ \begin{array}{l} H(\theta, k) \Rightarrow \mathcal{K}(\theta, k) \\ \mathcal{K}(\theta, k) = H(\theta, k) - \frac{V_0^2}{g} \mathcal{L}(\theta, k) \\ \mathcal{L}(\theta, k) = -\frac{1}{4\pi} \int_C e^{-ik(X\cos\theta + Y\sin\theta)} (\vec{i} \cdot \vec{n}) (\vec{j} \cdot d\vec{l}) \end{array} \right. \dots \dots \dots (36)$$

- Pour une distribution de doublets normaux :

$$\left\{ \begin{array}{l} H(\theta, k) \Rightarrow \mathcal{K}(\theta, k) \\ \mathcal{K}(\theta, k) = H(\theta, k) + \frac{V_0^2}{g} \mathcal{L}_1(\theta, k) + \frac{iV_0}{g} (kV_0\cos\theta + 2\omega) \mathcal{L}_2(\theta, k) \\ \mathcal{L}_1(\theta, k) = -\frac{1}{4\pi} \int_C (\vec{i} \cdot \vec{\text{grad}}_s \mu) e^{-ik(X\cos\theta + Y\sin\theta)} (\vec{j} \cdot d\vec{l}) \\ \mathcal{L}_2(\theta, k) = -\frac{1}{4\pi} \int_C \mu e^{-ik(X\cos\theta + Y\sin\theta)} (\vec{j} \cdot d\vec{l}) \end{array} \right. \dots \dots \dots (37)$$

$\vec{i}$ ,  $\vec{j}$ , étant les vecteurs unitaires des axes AX, AY ;  
 $\vec{T}$  désignant le vecteur unitaire de la tangente au contour (c) décrit dans le sens trigonométrique, fig (3).

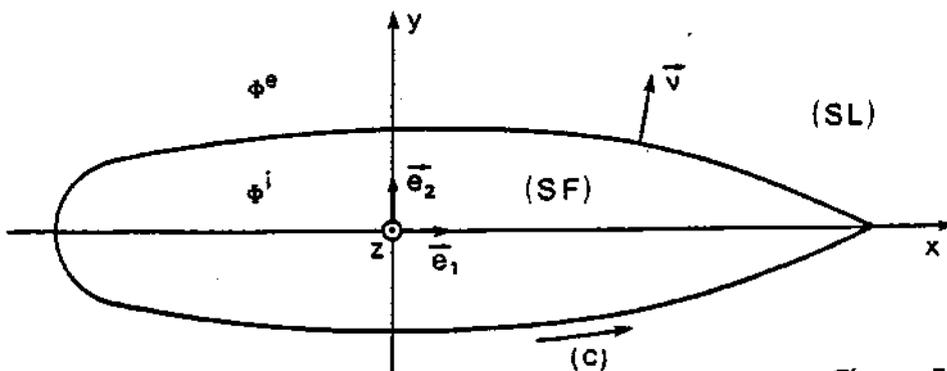


Figure 3

### 3.8. Résolution du problème de diffraction et des six problèmes élémentaires de radiation.

La solution de ces problèmes a été recherchée sous la forme d'une distribution superficielle de sources de Kelvin, cinématiquement équivalente à la carène ( $\Sigma$ ).

D'après les formules (29) et (36), le potentiel induit en tout point H du domaine ( $-h < Z < 0$ ), par une distribution de sources de Kelvin

réparties sur la surface de carène (  $\Sigma$  ) avec la densité  $\sigma(M')$ , a pour expression :

$$\mathcal{F}(M) = \iint_{\Sigma} \sigma(M') \mathcal{G}(M, M') dS(M') + \oint_C \sigma(M') g(M, M') [\vec{e}_1 \cdot \vec{n}(M')] [\vec{e}_2 \cdot d\vec{l}(M')] \dots \dots \dots (38)$$

$\mathcal{G}(M, M')$  étant la fonction de Green, explicitée en (29) ;  $g(M, M')$  étant la fonction définie ainsi :

$$g(M, M') = -\frac{1}{4\pi} \frac{V_0^2}{g} \int_{-\pi}^{+\pi} d\theta \int_0^{\infty} \frac{ch k (Z+h)}{D(\theta, k) ch kh} e^{ikz} k dk \dots \dots \dots (39)$$

La dérivée normale du potentiel  $\mathcal{F}(M)$  en un point M appartenant à la face positive de la surface (  $\Sigma$  ) est par conséquent :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial n} \Big|_{\Sigma^+} &= \frac{1}{2} \sigma(M) + \iint_{\Sigma} \sigma(M') [\vec{n}(M) \cdot \overrightarrow{\text{grad}}_M \mathcal{G}(M, M')] dS(M') \\ &+ \oint_C \sigma(M') [\vec{n}(M) \cdot \overrightarrow{\text{grad}}_M g(M, M')] [\vec{e}_1 \cdot \vec{n}(M')] [\vec{e}_2 \cdot d\vec{l}(M')] \dots \dots \dots (40) \end{aligned}$$

D'où les équations intégrales de Fredholm, de deuxième espèce, qui permettent de déterminer les densités de sources  $\sigma_q$ ;  $\sigma_q$ ,  $q = 1, 2, \dots, 6$  correspondant respectivement au problème de diffraction et aux six problèmes élémentaires de radiation :

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \sigma_0(M) + \iint_{\Sigma} \sigma_0(M') [\vec{n}(M) \cdot \overrightarrow{\text{grad}}_M \mathcal{G}(M, M')] dS(M') \\ + \oint_C \sigma_0(M') [\vec{n}(M) \cdot \overrightarrow{\text{grad}}_M g(M, M')] [\vec{e}_1 \cdot \vec{n}(M')] [\vec{e}_2 \cdot d\vec{l}(M')] = -\frac{\partial \mathcal{F}_x}{\partial n}, \dots \dots \dots (41) \end{aligned}$$

et :

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \sigma_q(M) + \iint_{\Sigma} \sigma_q(M') [\vec{n}(M) \cdot \overrightarrow{\text{grad}}_M \mathcal{G}(M, M')] dS(M') \\ + \oint_C \sigma_q(M') [\vec{n}(M) \cdot \overrightarrow{\text{grad}}_M g(M, M')] [\vec{e}_1 \cdot \vec{n}(M')] [\vec{e}_2 \cdot d\vec{l}(M')] \\ = \begin{cases} (\vec{e}_q \cdot \vec{n}) & , q = 1, 2, 3 \\ (\vec{e}_{q-3} \wedge \overrightarrow{OM}) \cdot \vec{n} & , q = 4, 5, 6 \end{cases} \dots \dots \dots (42) \end{aligned}$$

qui doivent être satisfaites quelque soit M appartenant à (  $\Sigma$  ).

Une solution approchée de ces équations intégrales est obtenue en mettant en oeuvre une méthode de discrétisation classique.

### 3,9 Calcul des efforts hydrodynamiques instationnaires

La pression dynamique qui s'exerce en un point de la carène s'explicité à partir de l'équation de Lagrange, soit :

$$p = -\rho \left( \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial t} - \vec{V}_0 \cdot \vec{V} + \frac{V^2}{2} \right) \dots \dots \dots (43)$$

avec :

$$\begin{cases} \Phi = \Phi_I + \Phi_W + \Phi_D + \Phi_R \\ \vec{V} = \text{grad } \Phi = \vec{V}_I + \vec{V}_W + \vec{V}_D + \vec{V}_R \end{cases} \dots\dots\dots (44)$$

En distinguant les termes  $\Phi_W, \vec{V}_W$ , indépendants du temps et les termes  $\Phi_s = \Phi_I + \Phi_D + \Phi_R$ ,  $\vec{V}_s = \vec{V}_I + \vec{V}_D + \vec{V}_R$  qui varient sinusoidalement en fonction du temps, il vient :

$$p = -\rho \left( \frac{\partial \Phi_s}{\partial t} - \vec{V}_0 \cdot \vec{V}_W - \vec{V}_0 \cdot \vec{V}_s + \frac{V_W^2}{2} + \frac{V_s^2}{2} + \vec{V}_W \cdot \vec{V}_s \right) \dots\dots\dots (45)$$

D'où l'expression de la pression dynamique variant simultanément en fonction du temps, à la fréquence de rencontre :

$$p_s = -\rho \left( \frac{\partial \Phi_s}{\partial t} - \vec{V}_0 \cdot \vec{V}_s + \vec{V}_W \cdot \vec{V}_s \right) \dots\dots\dots (46)$$

et, par suite, celles de la résultante et du moment résultant des efforts hydrodynamiques instationnaires :

$$\begin{cases} \vec{F}_s = -\rho \iint_{\Sigma} \left( \frac{\partial \Phi_s}{\partial t} - \vec{V}_0 \cdot \vec{V}_s + \vec{V}_W \cdot \vec{V}_s \right) \vec{n} \cdot dS \\ \vec{M}_s = -\rho \iint_{\Sigma} \left( \frac{\partial \Phi_s}{\partial t} - \vec{V}_0 \cdot \vec{V}_s + \vec{V}_W \cdot \vec{V}_s \right) (\vec{OM} \wedge \vec{n}) \cdot dS \end{cases} \dots\dots\dots (47)$$

On constate ainsi que le problème de diffraction-radiation n'est entièrement découplé du problème de Neumann-Kelvin que si le terme  $(\vec{V}_W \cdot \vec{V}_s)$  est négligeable vis-à-vis du terme  $(\vec{V}_0 \cdot \vec{V}_s)$ ; cette condition étant satisfaite dans l'hypothèse du navire élancé, nous retiendrons simplement :

$$\begin{cases} \vec{F}_s = -\rho \iint_{\Sigma} \left( \frac{\partial \Phi_s}{\partial t} - V_0 \frac{\partial \Phi_s}{\partial X} \right) \vec{n} \cdot dS \\ \vec{M}_s = -\rho \iint_{\Sigma} \left( \frac{\partial \Phi_s}{\partial t} - V_0 \frac{\partial \Phi_s}{\partial X} \right) (\vec{OM} \wedge \vec{n}) \cdot dS \end{cases} \dots\dots\dots (48)$$

Notons cependant qu'il n'y aurait aucune difficulté majeure à conserver les expressions (47) de  $\vec{F}_s$  et  $\vec{M}_s$  puisque  $\vec{V}_W$  ne dépend pas du temps; mais pour cela, il conviendrait de résoudre au préalable le problème de Neumann-Kelvin.

En tout état de cause, la prise en compte du terme  $(\vec{V}_W \cdot \vec{V}_s)$  ne donnerait pas lieu à un véritable couplage entre les potentiels  $\Phi_W$  et  $\Phi_s$  ; la connaissance du premier serait seulement nécessaire à la détermination du second.

### 3.10 Détermination des amplitudes complexes caractérisant les six mouvements oscillatoires du navire :

Les équations qui régissent le mouvement du navire s'obtiennent en

explicitant l'identité de Newton :

$$\langle \mathcal{G}_I \rangle - \langle \mathcal{G}_S \rangle - \langle \mathcal{G}_H \rangle - \langle \mathcal{G}_1 \rangle \equiv 0 \dots \dots \dots (49)$$

- $\langle \mathcal{G}_I \rangle$  étant le torseur des forces d'inertie structurelles
- $\langle \mathcal{G}_S \rangle$  le torseur des forces de rappel d'origine hydrostatique
- $\langle \mathcal{G}_H \rangle$  le torseur des forces de pression d'origine hydrodynamique
- $\langle \mathcal{G}_1 \rangle$  le torseur des forces de liaison exercées sur le solide par un dispositif de propulsion ou de remorquage.

En explicitant les composantes de chacun des torseurs intervenant dans l'identité (49), on obtient un système linéaire de 6 équations complexes qui permet de déterminer les 6 inconnues complexes  $A_q$  ( $q=1,2\dots 6$ ).

#### 4. FORMULATIONS DE LA RESISTANCE AJOUTEE POUR UNE CARENE ENTIEREMENT IMMERGEE.

Nous rappellerons tout d'abord un résultat établi dans de précédents mémoires présentés à l'ATMA /3/,/4/ :

"Dans tous les cas où l'ensemble des phénomènes observés dans un repère lié à un solide est périodique, les composantes continues de la résultante et du moment résultant des forces de pression s'exerçant sur la carène ont pour expressions ;

$$\langle \vec{F} \rangle = - \langle \vec{\mathcal{F}} \rangle \quad , \quad \langle \vec{M} \rangle = - \langle \vec{\mathcal{M}} \rangle \quad , \dots \dots \dots (50)$$

$\vec{\mathcal{F}}, \vec{\mathcal{M}}$  désignant respectivement la résultante et le moment résultant des forces de Lagally.

##### 4.1. Forme explicite de $\langle \vec{F} \rangle$ dans le cas où le problème cinématique a été résolu pour une distribution superficielle de sources

La résultante des forces de Lagally arrachées à une distribution superficielle de sources de densité  $\sigma$  a pour expression :

$$\vec{\mathcal{F}} = \iint_{\Sigma} \rho \sigma \vec{V} \, dS \quad , \dots \dots \dots (51)$$

où  $\vec{V}$  désigne indifféremment le champ de vitesse complet  $\vec{V}$  ou bien ce même champ de vitesse privé de la contribution  $\vec{v}$  des sources de Rankine réparties sur la surface de carène ( $\Sigma$ ).

D'après la décomposition admise pour résoudre le problème cinématique le champ de vitesse  $\vec{V}$  résulte de la superposition des champs de vitesses  $\vec{V}_w, \vec{V}_s$  tandis que la densité de sources  $\sigma$  est la somme des densités  $\sigma_w, \sigma_D, \sigma_R$ .

Dans ces conditions  $\langle \vec{F} \rangle$  s'explicit de la manière suivante :

$$\langle \vec{F} \rangle = -\rho \left\langle \iint_{\Sigma} (\sigma_w + \sigma_D) (\vec{V}_w + \vec{V}_s) \, dS \right\rangle \dots \dots \dots (52)$$

en posant :

$$\sigma_{DR} = \sigma_D + \sigma_R \dots \dots \dots (53)$$

et en rappelant :

$$\vec{V}_s = \vec{V}_I + \vec{V}_D + \vec{V}_R \dots \dots \dots (54)$$

L'expression (52) de  $\langle \vec{F} \rangle$  peut être décomposée comme suit :

$$\langle \vec{F} \rangle = \vec{F}_w + \vec{F}_{w,s} + \vec{F}_s \dots \dots \dots (55)$$

avec :

$$\left\{ \begin{aligned} \overline{F}_w &= -\rho \iint_{\Sigma} \sigma_w \overline{V}_w \, dS \\ \overline{F}_{w,s} &= -\rho \left\langle \iint_{\Sigma} (\sigma_w \overline{V}_s + \sigma_{DR} \overline{V}_w) \, dS \right\rangle \dots \dots \dots (56) \\ \overline{F}_s &= -\rho \left\langle \iint_{\Sigma} \sigma_{DR} \overline{V}_s \, dS \right\rangle \end{aligned} \right.$$

Dans le premier des termes ci-dessus,  $\overline{F}_w$ , on reconnaît la résultante des forces de pression qui s'exerceraient sur la carène si celle-ci était seulement animée d'un mouvement de translation uniforme, de vitesse  $V_0$ , sur un plan d'eau calme. Le second terme,  $\overline{F}_{w,s}$ , fait intervenir des produits d'une fonction périodique du temps par une fonction indépendante de celui-ci ; en toute rigueur, le calcul de sa moyenne temporelle nécessite donc que l'on connaisse : d'une part, la solution du problème de Neumann-Kelvin et, d'autre part, la solution du problème de diffraction-radiation au second ordre. Cependant, il convient de rappeler qu'on a déjà été amenés à consentir l'hypothèse du navire élané qui implique que  $\overline{V}_w$  et  $\sigma_w$  sont petits, au même titre que  $\overline{V}_s$  et  $\sigma_{DR}$ . Aussi, il ne semble pas déraisonnable de négliger  $\overline{F}_{w,s}$ .

Dans ces conditions, l'accroissement de la résultante des efforts hydrodynamiques de moyenne temporelle non nulle sollicitant une carène, lorsque celle-ci est soumise aux effets de la houle, a sensiblement pour expression :

$$\langle \Delta \overline{F} \rangle = -\rho \left\langle \iint_{\Sigma} \sigma_{DR} \overline{V}_s \, dS \right\rangle \dots \dots \dots (57)$$

soit, puisque  $\sigma_{DR}$  et  $\overline{V}_s$  sont des fonctions sinusoïdales du temps, de même pulsation :

$$\langle \Delta \overline{F} \rangle = -\frac{\rho}{2} \mathcal{R}_0 \iint_{\Sigma} \overline{\sigma} \overline{V}_s \, dS \dots \dots \dots (58)$$

avec :

$$\left\{ \begin{aligned} \sigma_{DR} &= \mathcal{R}_0 (\overline{\sigma} e^{-i\omega t}) \\ \overline{V}_s &= \mathcal{R}_0 (\overline{V}_s e^{-i\omega t}) \dots \dots \dots (59) \end{aligned} \right.$$

D'où finalement, l'expression de la résistance ajoutée :

$$\Delta R_w = -\langle \Delta F_x \rangle = \frac{\rho}{2} \mathcal{R}_0 \iint_{\Sigma} \overline{\sigma} \frac{\partial \mathcal{F}_s}{\partial X} \, dS, \dots \dots \dots (60)$$

où  $\mathcal{F}_s$  désigne la somme des potentiels complexes  $\mathcal{F}_I, \mathcal{F}_D, \mathcal{F}_R$

4.2 Formulation de  $\Delta R_w$  à partir des paramètres caractéristiques du champ de vagues lointain.

En distinguant, dans le potentiel  $\mathcal{F}_s$ , le potentiel de la houle incidente  $\mathcal{F}_I$  et le potentiel  $\mathcal{F}_{DR} = \mathcal{F}_D + \mathcal{F}_R$  induit par la distribution de sources de densité complexe, on a d'après la formule (60) :

$$\Delta R_w = (\Delta R_w)_I + (\Delta R_w)_{DR} \dots \dots \dots (61)$$

avec :

$$\left\{ \begin{aligned} (\Delta R_w)_I &= \frac{\rho}{2} \mathcal{R}_0 \iint_{\Sigma} \overline{\sigma} \frac{\partial \mathcal{F}_I}{\partial X} \, dS \\ (\Delta R_w)_{DR} &= \frac{\rho}{2} \mathcal{R}_0 \iint_{\Sigma} \overline{\sigma} \frac{\partial \mathcal{F}_{DR}}{\partial X} \, dS \dots \dots \dots (62) \end{aligned} \right.$$

-Calcul de  $(\Delta R_w)_z$  :

Ce terme s'explícite immédiatement en remplaçant  $\mathcal{F}_z$  par son expression (19) ; il vient ainsi :

$$(\Delta R_w)_z = -\frac{\rho g a}{2\sigma} m_0 \cos \beta \mathcal{R}_e i \iint_{\Sigma} \overline{\mathcal{O}}(M) \frac{\text{ch } m_0(Z+h)}{\text{ch } m_0 h} e^{im_0(X \cos \beta + Y \sin \beta)} dS(M)$$

soit, en introduisant la fonction de Kochin définie en (33) :

$$(\Delta R_w)_z = 2\pi \rho g a \frac{m_0 \cos \beta}{\sigma} \mathbf{I}_m H(\beta, m_0) \dots \dots \dots (63)$$

-Calcul de  $(\Delta R_w)_{DR}$  :

D'après les résultats établis en (32) et (33), on a :

$$\begin{aligned} (\Delta R_w)_{DR} = & -\frac{\rho}{8\pi} \mathcal{R}_e \iint_{\Sigma} \iint_{\Sigma} \overline{\mathcal{O}}(M) \mathcal{O}(M') \frac{\partial}{\partial X} \left[ \frac{1}{|MM'|} + \frac{1}{|MN'|} \right] dS(M) dS(M') \\ & - 2\rho \mathbf{I}_m \int_{-\pi}^{+\pi} \cos \theta d\theta \int_0^{\infty} e^{-kh} \text{ch } kh H(\theta, k) \overline{H}(\theta, k) k^2 dk \\ & - 2\rho g \mathbf{I}_m \int_{-\pi}^{+\pi} \cos \theta d\theta \int_0^{\infty} \frac{H(\theta, k) \overline{H}(\theta, k)}{D(\theta, k)} k^2 dk \dots \dots \dots (64) \end{aligned}$$

$H(\theta, k)$  désignant toujours la fonction de Kochin  
 $D(\theta, k)$  étant la fonction définie en (31), soit :

$$D(\theta, k) = (k V_0 \cos \theta + \omega)^2 + 2i\epsilon(k V_0 \cos \theta + \omega) - gk \text{th } kh \dots \dots \dots (65)$$

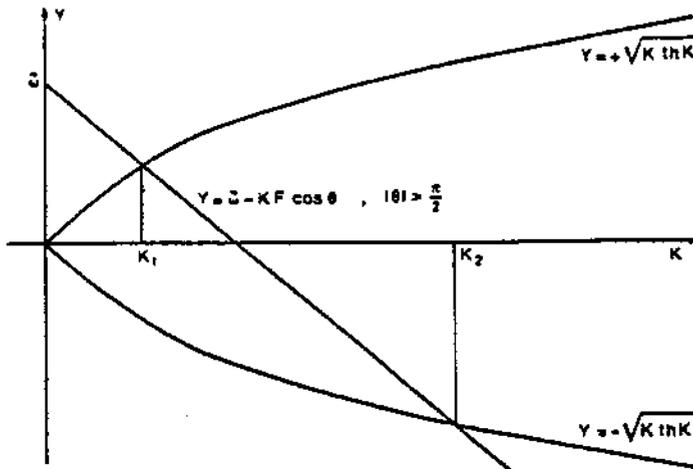
Les deux premiers termes du second membre de (64) étant manifestement nuls, il reste simplement :

$$(\Delta R_w)_{DR} = -2\rho g \int_{-\pi}^{+\pi} \cos \theta d\theta \int_0^{\infty} \mathbf{I}_m \left[ \frac{1}{D(\theta, k)} \right] |H(\theta, k)|^2 k^2 dk \dots \dots \dots (66)$$

L'intégrale relative à la variable  $k$  s'explícite aisément du fait que la partie imaginaire de  $[D(\theta, k)]^{-1}$  est nulle presque partout ; ce n'est qu'au voisinage des racines réelles positives de  $\mathcal{R}_e D(\theta, k)$  qu'il n'en est plus ainsi. Ces racines sont les solutions de l'équation implicite :

$$\omega + k V_0 \cos \theta = \pm \sqrt{gk \text{th } kh} \dots \dots \dots (67)$$

dont l'interprétation graphique est donnée sur les figures (2-a) et (2-b).



$$\begin{aligned} K &= kh \\ F &= \frac{V_0}{\sqrt{gh}} \\ \omega &= \omega \sqrt{\frac{h}{g}} \end{aligned}$$

Figure 2-a

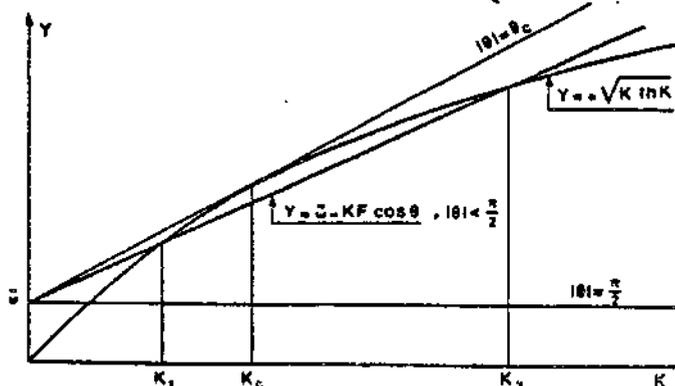


Figure 2-b

L'examen de la première de ces figures montre que pour  $|\theta| > \pi/2$  il existe toujours deux racines réelles positives que nous noterons  $k_1(\theta)$ ,  $k_2(\theta)$ , avec la convention  $k_2 > k_1$ ; on a, par conséquent :

$$\mathbf{I}_m \frac{1}{D(\theta, k)} = \mathbf{I}_m \left\{ \frac{A(k_1)}{k - [k_1(\theta) + i(0)]} + \frac{B(k_2)}{k - [k_2(\theta) + i(0)]} \right\}, \text{ pour } |\theta| > \frac{\pi}{2} \quad (68)$$

avec :

$$\begin{cases} A(k) = \left[ g \left( 1 - \frac{2kh}{\text{sh} 2kh} \right) \text{th} kh - \frac{2\omega}{k} \sqrt{gk \text{th} kh} \right]^{-1} \\ B(k) = \left[ g \left( 1 - \frac{2kh}{\text{sh} 2kh} \right) \text{th} kh + \frac{2\omega}{k} \sqrt{gk \text{th} kh} \right]^{-1} \end{cases} \quad (69)$$

L'examen de la figure (2-b) met tout d'abord en évidence le fait que pour  $|\theta| < \pi/2$ , il peut exister une racine double  $k_c$  dont la valeur est donnée par l'équation implicite :

$$\left( 1 - \frac{2kh}{\text{sh} 2kh} \right) \sqrt{gk \text{th} kh} \Big|_{k=k_c} = 2\omega \quad (70)$$

Mais cette circonstance ne peut se présenter que pour  $\theta = \pm \theta_c$ ,  $\theta_c$  étant l'angle critique défini ainsi :

$$\theta_c = \text{Arc cos} \left[ \frac{\sqrt{gk \text{th} kh} - \omega}{kV_0} \right]_{k=k_c} \quad (71)$$

dont l'existence est elle-même liée à la condition :

$$\left[ \frac{\sqrt{gk \text{th} kh} - \omega}{kV_0} \right]_{k=k_c} < 1 \quad (72)$$

Il en résulte que l'équation (67) admet sur l'intervalle d'intégration deux racines distinctes  $k_1, k_2$  pour  $|\theta| > \theta_c$  une racine double  $k_c$  pour  $|\theta| = \theta_c$ , et zéro racine pour  $|\theta| < \theta_c$ ; on a par conséquent :

$$\begin{cases} \mathbf{I}_m \frac{1}{D(\theta, k)} = 0 & , \text{ pour } |\theta| < \theta_c \\ \mathbf{I}_m \frac{1}{D(\theta, k)} = \mathbf{I}_m \left\{ \frac{A(k_1)}{k - [k_1(\theta) + i(0)]} + \frac{A(k_2)}{k - [k_2(\theta) + i(0)]} \right\} & , \text{ pour } \theta_c < |\theta| < \frac{\pi}{2} \end{cases} \quad (73)$$

$A(k)$  étant toujours la première des fonctions définies en (69). Compte-tenu des formules (68) et (73), l'expression (66) de  $(\Delta R_w)_{DR}$  s'explique ainsi :

$$(\Delta R_w)_{DR} = -2\rho g \int_{\theta_c}^{2\pi - \theta_c} \cos \theta d\theta \int_0^{\infty} \mathbf{I}_m \left[ \frac{1}{D(\theta, k)} \right] |H(\theta, k)|^2 k^2 dk \quad (74)$$

avec

$$\mathbf{I}_m \frac{1}{D(\theta, k)} = \mathbf{I}_m \begin{cases} \frac{A(k_1)}{k - [k_1(\theta) + i(0)]} + \frac{B(k_2)}{k - [k_2(\theta) + i(0)]} & , \text{ si } |\theta| > \frac{\pi}{2} \\ \frac{A(k_1)}{k - [k_1(\theta) + i(0)]} + \frac{A(k_2)}{k - [k_2(\theta) + i(0)]} & , \text{ si } |\theta| < \frac{\pi}{2} \end{cases} \quad (75)$$

Dès lors, on peut mettre à profit l'identité :

$$\mathbf{I}_m \int_0^\infty f(x) \frac{1}{x - [x_0 \pm i(0)]} dx = \pm \pi f(x_0) \quad , \quad x_0 > 0 \quad , \dots \dots \dots (76)$$

$$(\Delta R_w)_{DR} = - 2 \pi \rho g \int_{\theta_c}^{2\pi - \theta_c} R(\theta) \cos \theta d\theta \dots \dots \dots (77)$$

$$\begin{cases} R(\theta) &= R_1(\theta) + R_2(\theta) \\ R_1(\theta) &= A(k_1) |H[\theta, k_1(\theta)]|^2 k_1^2(\theta) \quad , \quad \forall \theta \\ R_2(\theta) &= \begin{cases} -A(k_2) |H[\theta, k_2(\theta)]|^2 k_2^2(\theta) & , \quad |\theta| < \pi/2 \\ B(k_2) |H[\theta, k_2(\theta)]|^2 k_2^2(\theta) & , \quad |\theta| > \pi/2 \end{cases} \end{cases} \dots \dots \dots (78)$$

D'où, compte-tenu de (61), (63) et (77), l'expression cherchée de la résistance ajoutée :

$$\Delta R_w = 2 \pi \rho g \left\{ \frac{\sigma m_0}{\sigma} \cos \beta \mathbf{I}_m H(\beta, m_0) - \int_{\theta_c}^{2\pi - \theta_c} R(\theta) \cos \theta d\theta \right\} \dots \dots \dots (79)$$

Pour effectuer les calculs numériques, on a évidemment intérêt à adopter la formule (60) puisque tous les éléments nécessaires au calcul de  $\Delta R_w$  ont déjà été constitués pour résoudre le problème cinématique. L'intérêt de la formulation (79) est essentiellement d'ordre théorique ; celle-ci prouve, en effet, que  $\Delta R_w$  ne dépend que de la fonction de Kochin  $H(\theta, k)$  et des racines de la fonction  $\mathcal{R}_0 D(\theta, k)$ . Il en résulte que pour déterminer  $\Delta R_w$ , il suffit seulement de connaître le champ de vagues lointain émis par le navire.

On démontre de la même manière qu'il en est également ainsi en ce qui concerne la composante  $\langle \Delta F_y \rangle$  de  $\langle \Delta \vec{F} \rangle$  ; par contre, cette propriété ne s'étend pas à la composante verticale de  $\langle \Delta \vec{F} \rangle$ .

#### V FORMULATIONS DE LA RESISTANCE AJOUTEE POUR UNE CARENE INTERCEPTANT LA SURFACE LIBRE.

Ici, il n'est plus possible d'appliquer directement le théorème de Lagally puisque rien ne prouve que celui-ci reste valable lorsque la surface de carène ( $\Sigma$ ) n'est pas fermée.

Par contre, d'après la remarque ci-dessus, selon laquelle  $\Delta R_w = -\langle \Delta F_x \rangle$  et aussi  $\langle \Delta F_y \rangle$  ne dépendent que du champ de vagues lointain, il existe une forte présomption pour qu'il en soit encore de même lorsque la carène intercepte la surface libre ; nous admettrons du moins momentanément, la validité de cette assertion. Dans ces conditions, l'expression (79) de  $\Delta R_w$  doit être transformée ainsi :

$$\Delta R_w = 2 \pi \rho g \left\{ \frac{\sigma m_0}{\sigma} \cos \beta \mathbf{I}_m \mathcal{K}(\beta, m_0) - \int_{\theta_c}^{2\pi - \theta_c} \mathcal{R}(\theta) \cos \theta d\theta \right\} \dots \dots \dots (80)$$

$\mathcal{K}(\theta)$  étant la fonction de Kochin modifiée  $\mathcal{R}(\theta)$  étant la fonction  $R(\theta)$  définie en (78), dans laquelle on effectue la substitution  $H(\theta, k) \rightarrow \mathcal{K}(\theta, k)$ .

L'exploitation de la formule (80) donnant lieu à des calculs relativement lourds, nécessitant surtout la mise en mémoire de très nombreuses données, nous nous sommes attachés à rechercher comment il conviendrait de généraliser la formulation du type Lagally pour que celle-ci s'applique au cas d'un navire de surface.

Rappelons tout d'abord les formules (61), (63), (66) établies dans le cas où la carène est totalement immergée :

$$\Delta R_w = (\Delta R_w)_I + (\Delta R_w)_{DR} \dots \dots \dots (81)$$

$$\begin{cases} (\Delta R_w)_I = 2\pi\rho g a \frac{m_0 \cos \beta}{\sigma} I_m H(\beta, m_0) \\ (\Delta R_w)_{DR} = -2\rho g \int_{-\pi}^{+\pi} \cos \theta d\theta \int_0^\infty I_m \left[ \frac{1}{D(\theta, k)} \right] |H(\theta, k)|^2 k^2 dk \end{cases} \dots \dots \dots (82)$$

Dans le cas présent, l'objectif visé est d'aboutir à des formules analogues mais dans lesquelles figurerait, non plus la fonction de Kochin  $H(\theta, k)$ , mais la fonction de Kochin modifiée  $\mathcal{K}(\theta, k) = H(\theta, k) - \frac{V_0^2}{g} \mathcal{L}(\theta, k)$  sachant que le potentiel de diffraction-radiation a maintenant pour expression :

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_{DR}(M) = & -\frac{1}{4\pi} \iint_{\Sigma} \sigma(M') \left[ \frac{1}{|MM'|} + \frac{1}{|MN'|} \right] dS(M') \\ & -\frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} d\theta \int_0^\infty H(\theta, k) e^{-kh} \operatorname{ch} k(Z+h) e^{ik(X \cos \theta + Y \sin \theta)} dk \\ & -\frac{g}{\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} d\theta \int_0^\infty \frac{\mathcal{K}(\theta, k) \operatorname{ch} k(Z+h)}{D(\theta, k) \operatorname{ch} kh} e^{ik(X \cos \theta + Y \sin \theta)} k dk \dots (83) \end{aligned}$$

Pour obtenir un tel résultat, il apparait comme évident qu'il suffit de modifier les formules (62) de la manière suivante :

$$\begin{cases} (\Delta R_w)_I = \frac{\rho}{2} \mathcal{R}_e \left\{ \iint_{\Sigma} \bar{\sigma} \frac{\partial \mathcal{F}_I}{\partial X} dS - \frac{V_0^2}{g} \int_c \bar{\sigma} \frac{\partial \mathcal{F}_I}{\partial X} (\vec{i} \cdot \vec{n}) (\vec{j} \cdot \vec{d}\vec{l}) \right\} \\ (\Delta R_w)_{DR} = \frac{\rho}{2} \mathcal{R}_e \left\{ \iint_{\Sigma} \bar{\sigma} \frac{\partial \Psi_{DR}}{\partial X} dS - \frac{V_0^2}{g} \int_c \bar{\sigma} \frac{\partial \Psi_{DR}}{\partial X} (\vec{i} \cdot \vec{n}) (\vec{j} \cdot \vec{d}\vec{l}) \right\} \end{cases} \dots \dots \dots (84)$$

$\Psi_{DR}$  désignant le dernier terme figurant dans l'expression (83) du potentiel  $\mathcal{F}_{DR}$ , soit :

$$\Psi_{DR} = -\frac{g}{\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} d\theta \int_0^\infty \frac{\mathcal{K}(\theta, k) \operatorname{ch} k(Z+h)}{D(\theta, k) \operatorname{ch} kh} e^{ik(X \cos \theta + Y \sin \theta)} k dk \dots (85)$$

Nous vérifierons néanmoins qu'il en est bien ainsi par un calcul formel. On a tout d'abord, en explicitant  $\mathcal{F}_I$  dans la première des formules (84) s

$$\begin{aligned} (\Delta R_w)_I = & \frac{\rho g a}{2\sigma} m_0 \cos \beta I_m \left\{ \iint_{\Sigma} \bar{\sigma} \frac{\operatorname{ch} m_0(Z+h)}{\operatorname{ch} m_0 h} e^{im_0(X \cos \beta + Y \sin \beta)} dS \right. \\ & \left. - \frac{V_0^2}{g} \int_c \bar{\sigma} e^{im_0(X \cos \beta + Y \sin \beta)} (\vec{i} \cdot \vec{n}) (\vec{j} \cdot \vec{d}\vec{l}) \right\} \end{aligned}$$

soit, en introduisant la fonction de Kochin et l'intégrale de ligne définies respectivement en (33) et (36) :

$$(\Delta R_w)_I = -2\pi\rho g a \frac{m_0 \cos \beta}{\sigma} I_m \left[ H(\beta, m_0) - \frac{V_0^2}{g} \mathcal{L}(\beta, m_0) \right]$$

et :

$$(\Delta R_w)_z = 2\pi\rho g a \frac{m_0 \cos\beta}{\sigma} I_m \mathcal{K}(\beta, m_0) \dots \dots \dots (86)$$

ce qui justifie la première partie du résultat annoncé.

On a par ailleurs, en explicitant  $\Psi_{DR}$  dans la seconde des formules (84)

$$(\Delta R_w)_{DR} = \frac{\rho g}{2\pi} I \int_{-\pi}^{+\pi} \cos\theta \, d\theta \int_0^\infty \frac{\mathcal{K}(\theta, k)}{D(\theta, k)} k^2 dk \left\{ \iint_{\Sigma} \frac{\bar{\sigma} \, ch k(Z+h)}{ch k h} e^{ik(X\cos\theta + Y\sin\theta)} \, dS - \frac{V_0^2}{g} \int_c \bar{\sigma} e^{ik(X\cos\theta + Y\sin\theta)} (\vec{i} \cdot \vec{n})(\vec{j} \cdot \vec{d}\vec{l}) \right\}$$

soit :

$$(\Delta R_w)_{DR} = -2\rho g \int_{-\pi}^{+\pi} \cos\theta \, d\theta \int_0^\infty I_m \frac{1}{D(\theta, k)} |\mathcal{K}(\theta, k)|^2 k^2 dk, \dots \dots (87)$$

ce qui justifie la seconde partie de la proposition annoncée.  
D'où l'expression cherchée de  $\Delta R_w$  :

$$\Delta R_w = \frac{\rho}{2} \mathcal{R}_e \left\{ \iint_{\Sigma} \bar{\sigma} \left( \frac{\partial \mathcal{F}_I}{\partial X} + \frac{\partial \Psi_{DR}}{\partial X} \right) dS - \frac{V_0^2}{g} \int_c \bar{\sigma} \left( \frac{\partial \mathcal{F}_I}{\partial X} + \frac{\partial \Psi_{DR}}{\partial X} \right) (\vec{i} \cdot \vec{n})(\vec{j} \cdot \vec{d}\vec{l}) \dots (88) \right.$$

Celle-ci peut encore être écrite en y remplaçant  $\Psi_{DR}$  par  $D\mathcal{F}_I$  ; d'une part parce qu'on a déjà démontré en (IV.2) que le potentiel  $\mathcal{F}_{DR} = \mathcal{F}_{DR} - \Psi_{DR}$  n'a aucune contribution dans l'intégrale de surface et, d'autre part, parce que ce potentiel  $\mathcal{F}_{DR}$ , identiquement nul sur le plan  $Z = 0$ , n'a aucune contribution dans l'intégrale curviligne.

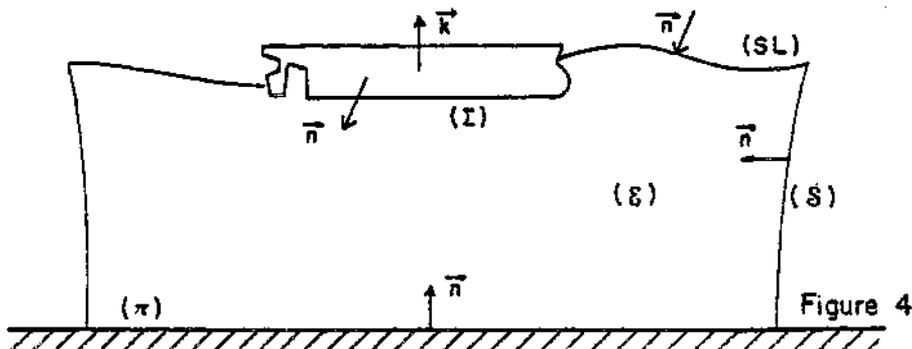
• On a donc également :

$$\Delta R_w = \frac{\rho}{2} \mathcal{R}_e \left\{ \iint_{\Sigma} \bar{\sigma} \frac{\partial \mathcal{F}_I}{\partial X} dS - \frac{V_0^2}{g} \int_c \bar{\sigma} \frac{\partial \mathcal{F}_I}{\partial X} (\vec{i} \cdot \vec{n})(\vec{j} \cdot \vec{d}\vec{l}) \right\}, \mathcal{F}_I = \mathcal{F}_I + \mathcal{F}_{DR} \dots (89)$$

En fait, il est préférable d'effectuer les applications numériques à partir de la formule (88) ; on évite ainsi les imprécisions qui résulteraient du fait que l'on calculerait effectivement des termes théoriquement nuls.

Pour accorder une entière confiance à l'ensemble des résultats établis ci-dessus, il convient encore de démontrer que  $\Delta R_w$  ne dépend bien que des caractéristiques du champ de vagues lointain.

A cet effet, nous appliquerons le théorème des quantités de mouvement à l'ensemble fluide ( $\mathcal{E}$ ) limité par la surface de carène ( $\Sigma$ ), la surface libre exacte (SL), la surface du fond ( $\pi$ ) et une surface fluide ( $\mathcal{S}$ ) entourant largement le navire (figure 4.)



On obtient ainsi,  $\vec{n}$  désignant la normale intérieure à la frontière  $(\delta D) = (\Sigma + SL + \pi + S)$  telle qu'elle se présente à l'instant  $t$ .

$$\frac{d\vec{W}}{dt} = \iint_{\delta D} p \vec{n} dS - \vec{k} \iiint_{\mathcal{E}} dm,$$

$\vec{W} = \vec{W}(t)$  désignant la quantité de mouvement du fluide ( $\mathcal{E}$ );  $p$  désignant ici la pression totale, c'est à dire la somme de la pression hydrostatique et de la pression hydrodynamique.

d'où l'expression de la force  $\vec{F} = - \iint_{\Sigma} p \vec{n} dS$  que le fluide exerce sur la carène :

$$\vec{F} = \iint_{\Sigma} p \vec{n} dS + \iint_{\pi} p \vec{n} dS - \vec{k} \iiint_{\mathcal{E}} dm - \frac{d\vec{W}}{dt}$$

et, par suite, celle de la moyenne temporelle de sa composante suivant une direction horizontale  $\vec{T}$  :

$$\langle F_1 \rangle = \langle \iint_{\Sigma} p \vec{n} dS \rangle - \frac{1}{T} [\vec{W}(t+T) - \vec{W}(t)] \vec{T}, \dots \dots \dots (90)$$

$T$  désignant un multiple quelconque de la période de rencontre. Les résultats établis ci-dessus restent valables quelle que soit la surface fluide choisie ( $S$ ) ; en rejetant celle-ci à l'infini, il apparaît tout d'abord que le premier terme figurant dans l'expression de  $\langle F_1 \rangle$  ne dépend que du champ de vagues lointain.

Par ailleurs, l'accroissement de quantité de mouvement  $\Delta \vec{W} = \vec{W}(t+T) - \vec{W}(t)$  ne dépend, lui aussi, que du champ de vagues lointain; l'écoulement étant périodique dans le repère lié, au navire,  $\Delta \vec{W}$  est en effet égal à la quantité de mouvement du fluide contenu entre deux surfaces rejetées à l'infini : la surface fluide  $S(t+T)$  et la surface fluide  $S(t)$  translatée horizontalement de la quantité  $V_0 T$  (figure 5).

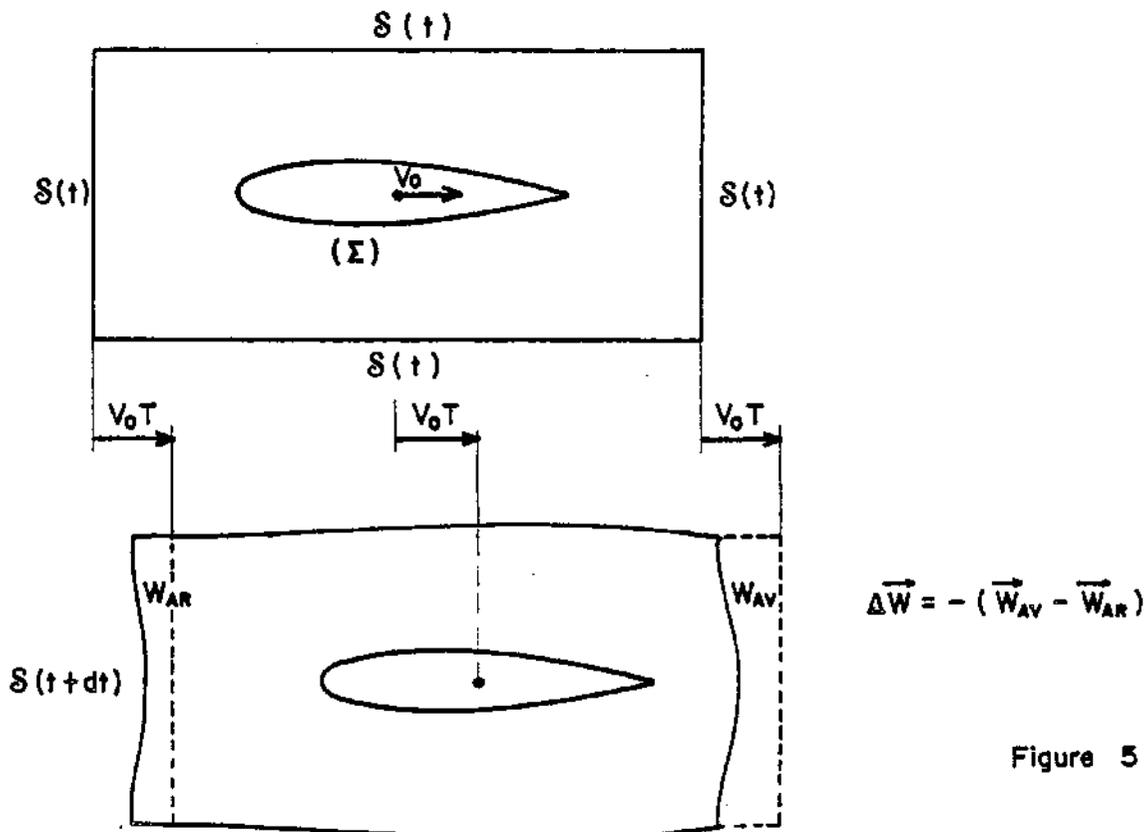


Figure 5

En définitive la moyenne temporelle de l'une ou l'autre des composantes horizontales de  $\vec{F}$  ne dépend que des caractéristiques du champ de vagues lointain ; ce qui justifie tout d'abord la validité des formules (88) et (89). Il en résulte également que la moyenne temporelle de la composante transversale  $\langle F_y \rangle$  des efforts de pression s'exerçant sur la carène, s'explique de la même manière que  $\Delta R_w = -\langle \Delta F_x \rangle$ , soit :

$$\langle F_y \rangle = -\frac{\rho}{2} R_s \left\{ \iint_{\Sigma} \bar{\sigma} \left( \frac{\partial \mathcal{F}_x}{\partial Y} + \frac{\partial \Psi_{DR}}{\partial Y} \right) dS - \frac{V_0^2}{g} \int_c \bar{\sigma} \left( \frac{\partial \mathcal{F}_x}{\partial Y} + \frac{\partial \Psi_{DR}}{\partial Y} \right) (\vec{i} \cdot \vec{n})(\vec{i} \cdot d\vec{l}) \right\} \dots (91)$$

ou bien :

$$\langle F_y \rangle = -\frac{\rho}{2} R_s \left\{ \iint_{\Sigma} \bar{\sigma} \frac{\partial \mathcal{F}_x}{\partial Y} dS - \frac{V_0^2}{g} \int_c \bar{\sigma} \frac{\partial \mathcal{F}_x}{\partial Y} (\vec{i} \cdot \vec{n})(\vec{i} \cdot d\vec{l}) \right\}, \dots \dots \dots (92)$$

restant bien entendu que rien ne permet de généraliser ces formules pour calculer la composante verticale de  $\langle \vec{F} \rangle$ .

## VI. RESULTATS NUMERIQUES

### VI.1. Cas tests retenus

Dans son rapport numéro 594 intitulé "VERTICAL MOTIONS AND ADDED RESISTANCE OF A RECTANGULAR AND TRIANGULAR CYLINDER IN WAVES", W. BEUKELMAN\* présente des résultats expérimentaux concernant deux modèles réduits dans différentes conditions de vitesse d'avance.

D'après l'auteur, ces essais ont été effectués sur houle de face, en laissant libre les trois mouvements de cavalemt, tangage et pilonnement. Par ailleurs, les résultats relatifs à la résistance ajoutée ont été obtenus par différence entre la résistance totale sur houle et la résistance mesurée en eau calme, et n'ont pas subi d'extrapolation ou de correction. Il convient également de noter, que les essais ont été réalisés pour différentes amplitudes, aussi bien en radiation qu'en diffraction-radiation.

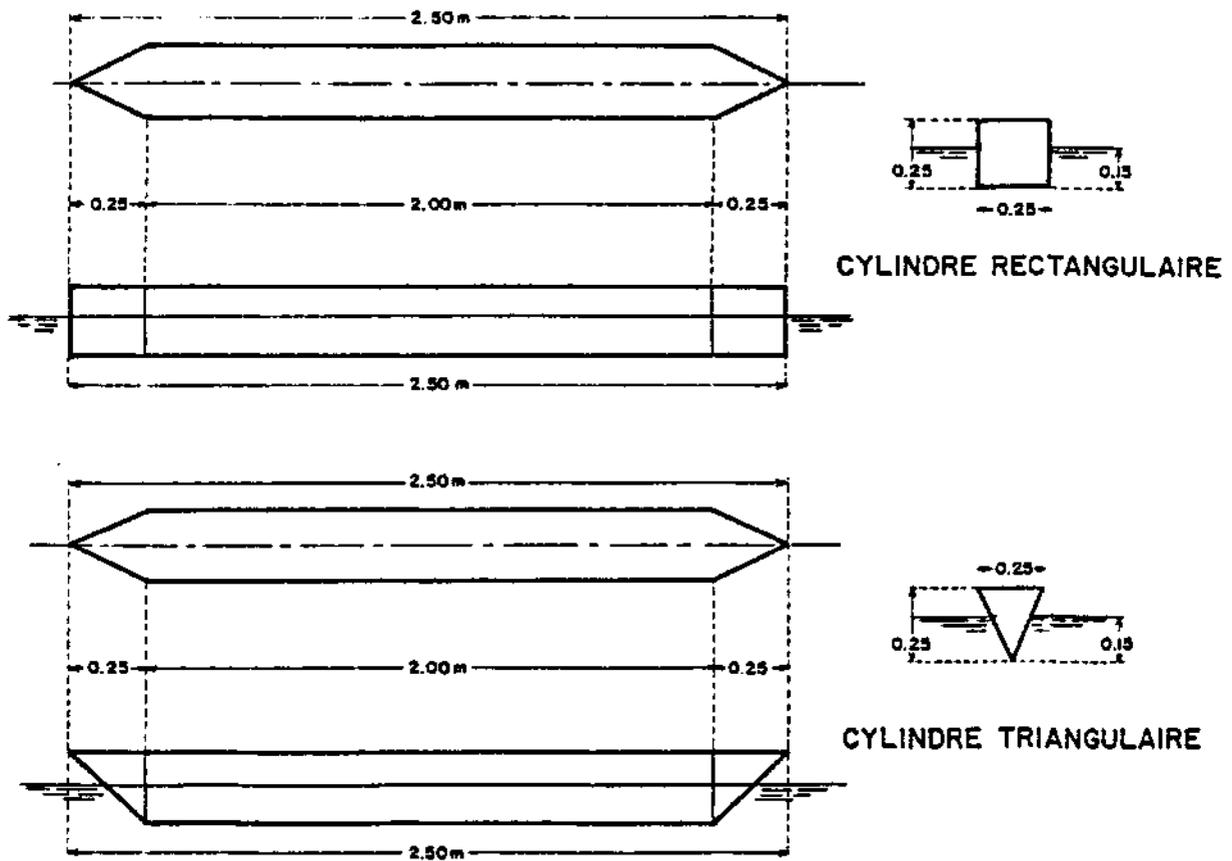
Les principales caractéristiques des deux carènes sont reproduites ci-dessous :

		Cylindre rectangle	Cylindre triangle
Longueur hors tout	L	2,50 m	2,50 m
Largeur hors tout	B	0,25 m	0,25 m
largeur à la flottaison	B'	0,25 m	0,15 m
Tirant d'eau	T	0,15 m	0,15 m
Creux	H	0,25 m	0,25 m
Déplacement volumique	V	0,08438 m <sup>3</sup>	0,02419 m <sup>3</sup>
Longueur de référence	L'	2,333 m	2,167 m
	KG	0,12 m	0,12 m
Rayon de giration	Kyy/l	0,25	0,25

---

\* Delft University of Technology

Figure 6 : Forme et dimensions des cylindres



#### VI.2. Résultats concernant le cylindre rectangulaire

Deux séries de calculs ont été effectuées. L'une correspondant à un nombre de Froude de 0.16 et l'autre à un nombre de Froude de 0.26 ( le nombre de Froude étant adimensionnel par rapport à L').

Les résultats numériques ont été reportés sur les figures concernant les résultats expérimentaux issus du rapport de W. Beukelman. La carène a été discrétisée en 80 facettes (40 facettes sur la demi-carène)  $\zeta_a$  désigne l'amplitude de la houle incidente.

#### VI.3. Résultats concernant le cylindre triangulaire

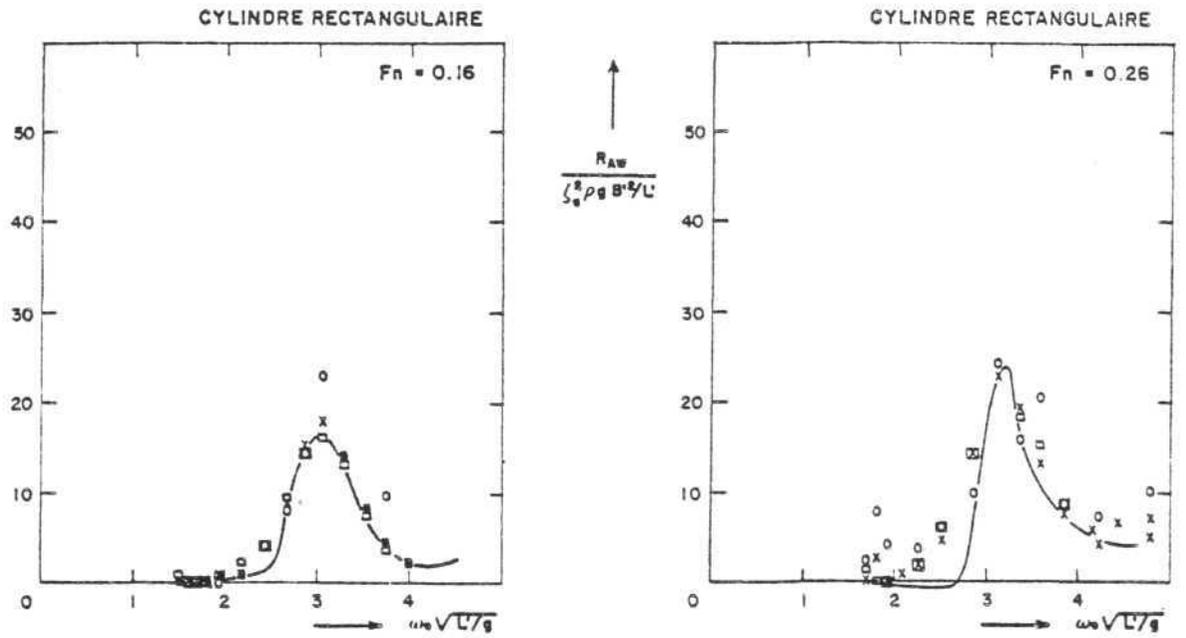
Deux séries de calculs ont été effectuées. L'une correspondant à un nombre de Froude de 0.16, et l'autre à un nombre de Froude de 0.27.

Les résultats numériques ont été reportés sur les figures concernant les résultats expérimentaux issus du rapport de W. Beukelman. La carène a été discrétisée en 60 facettes (30 facettes sur la demi-carène)  $\zeta_a$  désigne l'amplitude de la houle incidente.

#### VI.4. Analyse des résultats obtenus

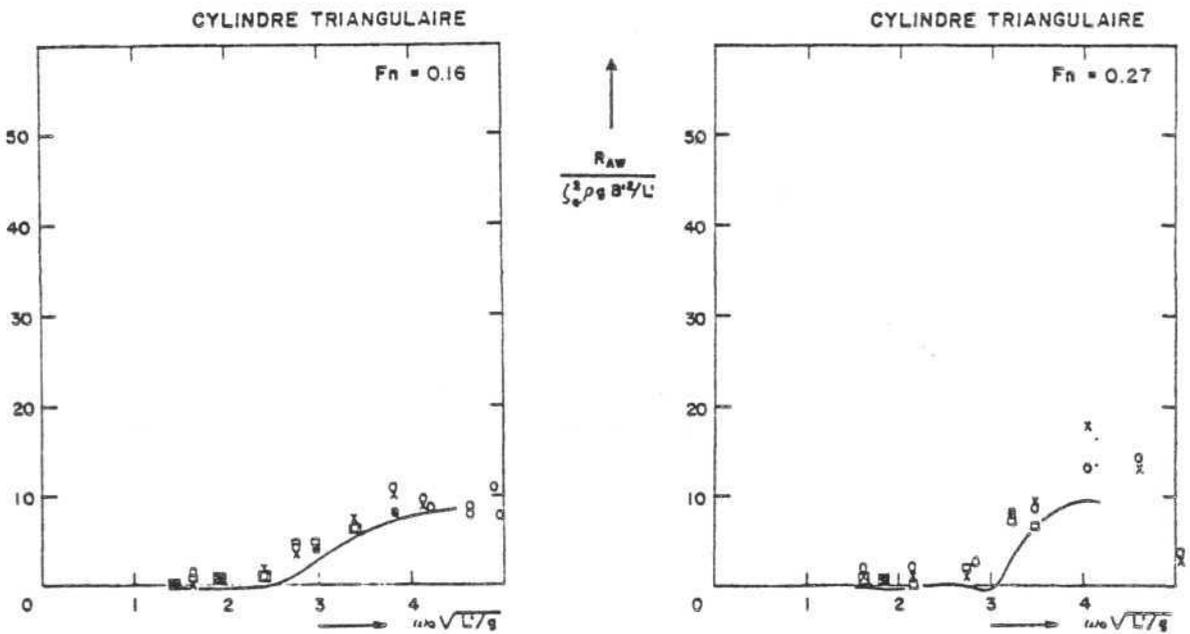
Les résultats numériques et les mesures expérimentales sont dans l'ensemble en bon accord pour les deux carènes. Il faut cependant souligner un décrochement plus rapide de la courbe calculée que des points mesurés pour les petites pulsations d'autant plus que le phénomène s'aggrave avec le nombre de Froude. Ce décrochement se produit pour des pulsations adimensionnelles de l'ordre

Figure 7 : Résistance ajoutée sur houle



Expérience

o	$\zeta_0 = 0.02 \text{ m}$
x	$\zeta_0 = 0.03 \text{ m}$
□	$\zeta_0 = 0.04 \text{ m}$



Expérience

o	$\zeta_0 = 0.02 \text{ m}$
x	$\zeta_0 = 0.03 \text{ m}$
□	$\zeta_0 = 0.04 \text{ m}$

de 2,5 à 3, c'est à dire pour des longueurs d'ondes apparentes supérieures ou égales à la longueur de carènes.

## VII Conclusion

Au moment où nous avons entrepris nos travaux nous n'étions nullement assurés de surmonter les difficultés entrevues, et encore moins, d'aboutir à un programme de calcul fournissant des résultats acceptables.

Les premières confrontations théorie-expérience auxquelles nous nous sommes livrés, nous ont parues rassurantes, en ce sens que les écarts observés sont moins importants que ceux auxquels on pouvait s'attendre compte-tenu des nombreuses approximations que nous avons été amenés à consentir. D'après ces confrontations, il semble que la théorie est bien représentative de la réalité physique tant que la longueur d'ondes de la houle reste inférieure ou égale à la longueur  $L$  du navire. Par contre, les valeurs de la résistance ajoutée obtenues par le calcul sont très nettement inférieures à celles qui ont été mesurées dès lors que  $\lambda > L$ ; et ce, d'autant plus que le nombre de Froude est plus élevé. Ce "décrochement" des valeurs théoriques peut avoir différentes origines :

- une insuffisante précision des calculs numériques,
- la dégradation des approximations qui ont permis de découpler le problème de diffraction-radiation du problème de Neuman-Kelvin (cf. formules 47 et 48).
- la dégradation de l'approximation consistant à négliger dans l'expression des efforts hydrodynamiques de moyenne temporelle non nulle, le terme  $\vec{F}_{w,s}$  (cf. formule 56);

sans exclure, évidemment, les erreurs qui auraient pu se glisser au cours des développements théoriques qui nécessitent constamment de raisonner sur des grandeurs exprimées tantôt dans un repère lié au navire, tantôt dans un repère accompagnant le mouvement moyen de celui-ci.

En résumé, nous considérons que notre mémoire a seulement pour mérite de démontrer que l'approche que nous avons adoptée n'est pas dénuée de fondement. Mais avant de proposer un programme de calcul parfaitement fiable et d'en établir les limites de validité, de très importants travaux restent à faire.

En renonçant, du moins dans un premier temps, à mettre en oeuvre un modèle fondé sur une théorie de deuxième approximation pour résoudre le problème de diffraction-radiation avec vitesse d'avance, il conviendrait tout d'abord de prendre en compte les termes de pseudo-couplage du type  $(\vec{V}_w \cdot \vec{V}_s)$  qui interviennent dans les expressions (47) de la résultante et du moment résultant des efforts hydrodynamiques stationnaires ; ce qui implique de résoudre effectivement le problème de Neuman-Kelvin. Il serait également intéressant d'estimer la contribution du terme  $\vec{F}_{w,s}$  en se contentant de calculer les efforts non linéaires du fait que la frontière  $(\Sigma)$  s'étend jusqu'à la surface libre exacte et non pas jusqu'au plan d'eau moyen.

Bibliographie :

- /1/ J. BOUGIS " Etude de la diffraction-radiation dans le cas d'un flotteur indéformable animé d'une vitesse moyenne constante et sollicité par une houle sinusoïdale de faible amplitude".  
Thèse de Docteur Ingénieur Nantes/1980/
- /2/ P. GUEVEL J.BOUGIS " Ship Motions with forward speed in infinite depth"  
Shipbuilding Progress Vol.29. N°332/1982/pp103-117
- /3/ P. GUEVEL A. GREKAS "Le Théorème de Lagally généralisé et ses applications en hydrodynamique navale".  
A.T.M.A. Vol; 81/1981/ PP 523-542
- /4/ P. GUEVEL G.DELHOMMEAU - A. GREKAS  
"Calcul de la dérive sur houle - contrôle expérimental de la méthode "  
A.T.M.A. Vol 82 /1982/
- /5/ W. BEUKELMAN "Vertical Motions and added resistance of a rectangular and triangular cylinder in waves".  
Rapport N° 594 Delft University of Technology/1983/

Remerciements :

Ces travaux ont été réalisés dans le cadre d'un contrat financé par la Direction des Recherches et Etudes Techniques.  
Les auteurs remercient très vivement Messieurs LE GOFF et GENOUX qui ont bien voulu leur confier cette étude.